К. П. Аржениковъ.

СБОРНИКЪ
УПРАЖНЕНІЙ по ГЕОМЕТРІИ.

ПОСОБІЕ
ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХЪ УЧИЛИЩЪ.

Выпускъ I.

Изданіе 2-ое, измѣненное.

Цѣна 35 коп.

ИЗДАНІЕ
КНИЖНАГО МАГАЗИНА
М. Д. НАУМОВА.
ВЪ МОСКВѢ,
Больш Лубянка, д Страхового О ва „Россія".

МОСКВА. — 1910.
Типографія Русскаго Товарищества, Мыльниковъ пер., соб. домъ.
Телефонъ 18 35.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

Мѣрка.

ТРАНСПОРТИРЪ.

Наклейте на толстую бумагу и вырѣжьте.

СОДЕРЖАНІЕ.

ГЛАВА I. ОСНОВНЫЯ ПОНЯТІЯ.

ГЛАВА II. ЛИНИИ.

ГЛАВА III. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНІЕ ЛИНІЙ И ПОВЕРХНОСТЕЙ.

ГЛАВА IV. ФИГУРЫ.

Треугольники.

Четыреугольники.

Многоугольники и кругъ.

Подобіе фигуръ.

ГЛАВА V. СЪЕМКА ПЛАНОВЪ.

Предисловіе.

Предлагаемыми „Упражненіями“ мы имѣемъ въ виду дать пособіе при изученіи геометріи въ начальныхъ училищахъ, главнымъ образомъ двухклассныхъ сельскихъ, и отчасти городскихъ по Положенію 1872 г.; а также въ тѣхъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, гдѣ строго логически построенному курсу геометріи предшествуетъ наглядное ознакомленіе съ геометрическими формами, въ связи съ черченіемъ и рисованіемъ.

Въ основу начальнаго обученія геометріи должны быть положены: наглядность, самодѣятельность и интересъ. Наглядное ознакомленіе со свойствами геометрическихъ формъ и способами ихъ измѣренія; многочисленныя упражненія въ черченіи, опирающіяся на выведенныя свойства фигуръ; рѣшеніе не особенно сложныхъ вопросовъ, задаваемыхъ потребностями жизни,—вотъ содержаніе курса начальной геометріи, усвоеніемъ котораго должна быть достигнута и цѣль общеобразовательная, и цѣль практическая: расширеніе умственнаго кругозора путемъ развитія наблюдательности и умѣнья разбираться въ окружающихъ формахъ; увѣренное пользованіе пріобрѣтенными познаніями при рѣшеніи встрѣчающихся въ жизни вопросовъ.

Послѣдовательное проведеніе строго логическихъ пріемовъ доказательствъ и выводовъ, сводящее всѣ геометрическія истины къ немногимъ аксіомамъ, здѣсь неумѣстно: оно было бы непонятно и непосильно. Однако отсюда не слѣдуетъ, что надо совсѣмъ отказаться отъ доказательства: довольно многіе выводы могутъ быть сдѣланы при помощи воображаемаго перегибанія чертежа по оси симметріи, равенства треугольниковъ, и на основаніи другихъ, уже извѣстныхъ, свойствъ геометрическихъ формъ.

Предлагаемое пособіе составлено по такому плану. Каждый параграфъ состоитъ изъ трехъ отдѣловъ: а) вопросы; б) построенія; в) выводы. Первый отдѣлъ содержитъ вопросы, по которымъ дѣти должны воспроизвести то, что проработано на урокѣ съ учителемъ; здѣсь же находятся задачи на вычисленіе. Во второмъ отдѣлѣ приведены упражненія въ черченіи, опирающіяся на пріобрѣтенныя свѣдѣнія. Въ третьемъ отдѣлѣ помѣщены выводы изъ пройденнаго, которые дѣти должны выучить, хотя бы и не придерживаясь буквально приведеннаго текста. Вопросы и построенія не слѣдуетъ отдѣлять—они должны находиться въ тѣсной связи: проработавъ на урокѣ извѣстный матеріалъ, учитель указываетъ изъ § соотвѣтствующіе вопросы и построенія, на которые дѣти должны отвѣтить и которыя должны выполнить въ своихъ тетрадяхъ. (Весьма желательно, чтобы каждый ученикъ имѣлъ для черченія особую тетрадь). Нѣкоторыя построенія дѣлаются въ классѣ, въ видѣ общей классной работы.

Первый выпускъ предлагаемаго пособія содержитъ упражненія, относящіяся къ линіямъ, угламъ и фигурамъ (безъ измѣренія площадей); въ концѣ приведены свѣдѣнія по съемкѣ плановъ.

Во второмъ выпускѣ будутъ помѣщены упражненія, относящіяся къ измѣренію площадей, поверхностей и объемовъ.

ГЛАВА I. ОСНОВНЫЯ ПОНЯТІЯ.

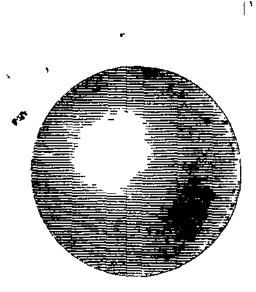
§ 1. Тѣло.

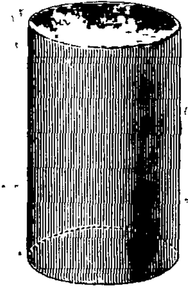
а) Вопросы.

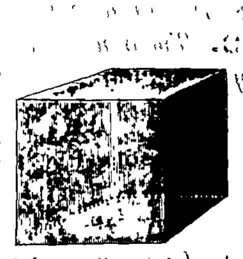
1. Какіе вы знаете предметы, имѣющіе видъ шара? (рис. 1).

2. Какіе вы знаете предметы, которые имѣютъ видъ цилиндра (вала)? (рис. 2).

3. Какіе предметы имѣютъ форму куба? (рис. 3).


Рис. 1.


Рис. 2.


Рис. 3.

4. По сколькимъ направленіямъ надо измѣрить ящикъ, чтобы знать его величину?

5. Какъ называются три измѣренія комнаты?

6. Укажите еще предметы, у которыхъ измѣренія называются длиною, шириною и высотою.

7. Какъ называются три измѣренія книги?

8. Укажите еще предметы, у которыхъ измѣренія называются длиною, шириною и толщиною.

9. Какъ называются три измѣренія колодца?

10. Укажите еще предметы, у которыхъ измѣренія называются длиною, шириною и глубиною.

11. Какія измѣренія цилиндра всегда равны между собою?

12. Что можно сказать о величинѣ трехъ измѣреній куба?

13. У листа писчей бумаги какое измѣреніе очень мало сравнительно съ двумя другими? Укажите еще примѣры такихъ предметовъ.

14. У тонкой нитки какія два измѣренія очень малы сравнительно съ третьимъ? Укажите еще примѣры такихъ предметовъ.

15. Укажите примѣры такихъ предметовъ, у которыхъ всѣ три измѣренія очень малы.

б) Построенія.

1. Вырѣжьте кубъ и цилиндръ изъ картофеля или изъ рѣпы.

2. Слѣпите шаръ изъ глины или изъ воску.

в) Выводы.

1. *Геометрія изучаетъ форму и величину предметовъ.*

2. *Предметъ, въ которомъ разсматривается только форма и величина, называется геометрическимъ тѣломъ.*

3. *Тѣло имѣетъ три измѣренія: длину, ширину и высоту (толщину, глубину).*

§ 2. Поверхность.

а) Вопросы.

1. Сколькими гранями ограниченъ кубъ?

2. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность цилиндра?

3. Если шаръ разрѣзать пополамъ, то изъ сколькихъ частей будетъ состоять поверхность каждой половины? Чѣмъ отличается одна часть поверхности отъ другой?

4. Какова поверхность стола? стѣны? поверхность яйца?

5. Изъ какихъ поверхностей состоитъ полная поверхность куба? цилиндра?

6. Назовите нѣсколько тѣлъ, которыя ограничены: 1) только плоскими поверхностями; 2) только кривыми поверхностями; 3) и плоскими и кривыми вмѣстѣ.

7. Какъ при помощи одной плоской поверхности, напр. поверхности линейки, провѣрить, будетъ ли плоскою другая поверхность? Какъ провѣряетъ столяръ, правильно ли выстрогана доска?

8. По сколькимъ направленіямъ надо измѣрить полъ комнаты, чтобы знать его поверхность?

9. Сколько измѣреній имѣетъ поверхность? Какого измѣренія она не имѣетъ?

10. Какъ назовете вы два измѣренія потолка? стѣны? двери?

б) Построенія.

1. Вырѣжьте изъ яблока тѣло, поверхность котораго состояла бы: 1) изъ двухъ частей; 2) изъ трехъ частей.

2. Отрѣжьте отъ куба такой кусокъ, который былъ бы ограниченъ: 1) четырьмя гранями; 2) пятью гранями.

3. Разрѣжьте цилиндръ на двѣ равныя части такъ, чтобы поверхность каждой части состояла: 1) изъ трехъ частей; 2) изъ четырехъ частей.

в) Выводы.

1. *Тѣло ограничивается поверхностью.*

2. *Поверхности бываютъ плоскія и кривыя.*

3. *Поверхность имѣетъ только два измѣренія: у нея нѣтъ толщины.*

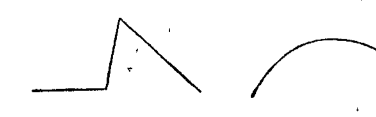
§ 3. Линія и точка.

а) Вопросы.

1. Что видите вы тамъ, гдѣ сходятся другъ съ другомъ грани куба? Сколько всѣхъ реберъ имѣетъ кубъ? Сколькими ребрами (линіями) ограничена каждая грань куба?

2. Чѣмъ отличаются отъ реберъ куба тѣ линіи, которыя отдѣляютъ кривую поверхность цилиндра отъ плоскихъ поверхностей его?

3. Укажите тѣла, которыя имѣютъ: 1) только прямые края (ребра); 2) только кривые; 3) прямые и кривые вмѣстѣ.



Прямая линія. Ломаная линія. Кривая линія.

Рис. 4.

4. По какимъ линіямъ пересѣкаются между собою плоскія поверхности?

5. Какой линіей будетъ ребро линейки? Какой линіей ограничено лезвіе серпа? Какой линіей ограничена пила съ той стороны, гдѣ зубцы?

6. Укажите прямыя, ломаныя и кривыя линіи въ изображеніяхъ цифръ и буквъ.

7. Что надо измѣрить, чтобы знать величину линіи? Есть ли у линіи ширина и толщина? Сколько измѣреній имѣетъ линія?

8. Черта, проведенная, напр., мѣломъ на доскѣ, будетъ ли дѣйствительно линіей, или же будетъ только изображеніемъ линіи, по уговору?

9. Что образуется тамъ, гдѣ сходятся между собою ребра куба? Сколько вершинъ имѣетъ кубъ?

10. Вершина куба есть точка. Сколькими точками ограничено каждое ребро куба?

11. Если на линіи, между ея концами, поставить еще точку, то на сколько частей раздѣлится линія?

12. Какъ называются на глобусѣ тѣ точки, въ которыхъ пересѣкаются всѣ меридіаны?

13. Имѣетъ ли точка какую-нибудь длину, ширину и толщину?

14. Что описываетъ точка, когда движется? Что описываетъ остріе тонко очиненнаго карандаша, когда движется по бумагѣ?

15. Какую линію описываетъ точка, когда движется все время въ одномъ и томъ же направленіи? когда постоянно измѣняетъ направленіе?

б) Построенія.

1. Отрѣжьте отъ куба кусокъ такъ, чтобы на оставшейся части образовалось три новыхъ ребра.

2. Разрѣжьте цилиндръ на двѣ части: 1) такъ, чтобы образовались прямыя ребра; 2) такъ, чтобы не образовалось прямыхъ реберъ.

3. Разрѣжьте листъ бумаги такъ, чтобы разрѣзъ былъ: 1) прямой линіей; 2) кривой линіей; 3) ломаной линіей.

4. Начертите въ своихъ тетрадяхъ: 1) нѣсколько прямыхъ линій въ различныхъ направленіяхъ; 2) нѣсколько кривыхъ линій разнаго вида; 3) нѣсколько ломаныхъ линій. Обозначьте линіи буквами.

в) Выводы.

1. *Поверхность ограничивается линіями.*
2. *Линія имѣетъ только одно измѣреніе: длину.*
3. *Линіи бываютъ прямыя, кривыя и ломаныя.*
4. *Линія ограничивается точками.*
5. *Точка не имѣетъ никакого измѣренія.*

ГЛАВА II. ЛИНІИ.

§ 4. Изображеніе прямыхъ линій.

а) Вопросы.

1. Сколько прямыхъ линій можно провести на плоской поверхности черезъ одну точку? (рис. 5).

2. Сколько прямыхъ линій можно провести черезъ двѣ точки? (рис. 6).

3. Сколько кривыхъ и ломаныхъ линій можно провести черезъ двѣ точки? (рис. 7).

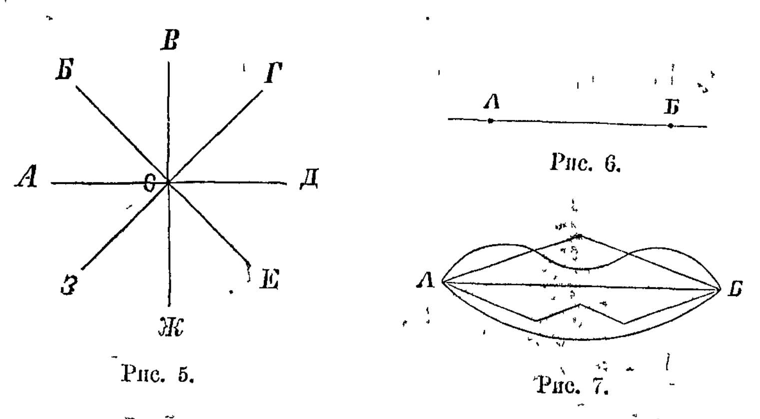


Рис. 5. Рис. 6. Рис. 7.

4. Какая линія есть самое короткое разстояніе между двумя точками?

5. При помощи чего проводятся прямыя линіи на бумагѣ? (рис. 8).

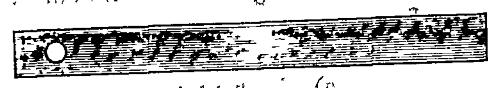


Рис. 8. Линейка.

6. Какъ проводятся прямыя линіи при работахъ плотничныхъ и столярныхъ? (рис. 9).

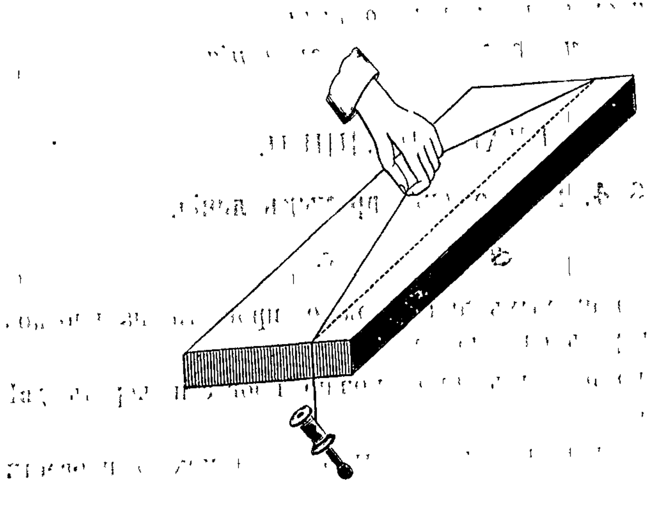


Рис. 9. Отбойный шнуръ.

7. Какъ проводятся прямыя линіи на землѣ? (рис. 10).



Рис. 10. Вѣшеніе прямой линіи.

б) Построенія.

1. Начертите прямую линію *АБ* и продолжите ее на длину *БВ*, равную *АБ*. (При помощи бумажной полоски или циркуля).

2. Начертите ломаную линію, состоящую изъ трехъ прямыхъ различной длины. Потомъ начертите прямую линію, которая имѣла бы такую же длину, какую имѣетъ ломаная линія.

3. Начертите небольшую прямую линію. Потомъ начертите прямую, которая была бы въ 3 раза больше первой.

4. Начертите двѣ прямыя линіи различной длины. Отложите меньшую на большей отъ какого-нибудь конца ея. Укажите, насколько одна прямая больше другой?

5. Начертите двѣ прямыя линіи: большую и маленькую. Отложите маленькую на большой столько разъ, сколько возможно. Сосчитайте.

6. Посредствомъ перегибанія раздѣлите полоску бумаги на 2, 4, 8 равныхъ частей.

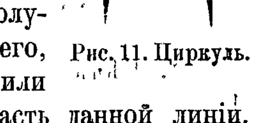


Рис. 11. Циркуль.

7. Раздѣлите прямую линію на 3 равныя части такъ: отмѣтьте на глазъ одну третью часть и отложите ее еще два раза; если получится остатокъ или излишекъ, раздѣлите его, на глазъ, на три равныя части; увеличьте или уменьшите раньше отмѣченную третью часть данной линіи.

8. Раздѣлите прямую линію на 5 равныхъ частей, а потомъ на 10 равныхъ частей.

в) Выводы.

1. *Черезъ двѣ точки можно провести только одну прямую линію.*

2. *Прямая линія есть кратчайшее разстояніе между двумя точками.*

§ 5. Измѣреніе прямыхъ линій.

а) Вопросы.

1. Какія вы знаете русскія мѣры длины?

2. Сколько дюймовъ въ сажени? Сколько дюймовъ въ аршинѣ?

3. Какая главная метрическая мѣра длины?

4. Почему метрическія мѣры называются еще десятичными?

5. Какими приставками обозначаются слова: десять, сто, тысяча? десятая часть, сотая часть, тысячная часть?

6. Назовите: 1) мѣры, которыя крупнѣе метра; 2) мѣры, которыя мельче метра.

7. Чѣмъ измѣряются линіи на бумагѣ? (рис. 12 и 13).

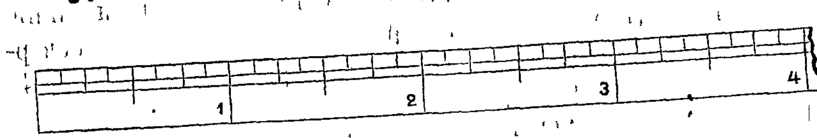


Рис. 12. Линейка, на которой нанесены дюймы, раздѣленные на восьмыя части (натуральная величина).

Рис. 13. Линейка, на которой нанесенъ дециметръ, раздѣленный на сантиметры и миллиметры (натуральная величина).

8. Чѣмъ измѣряются линіи при работахъ? (рис. 14, 15 и 16).

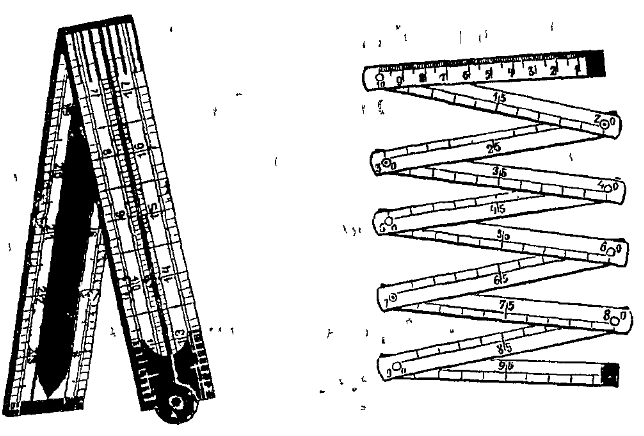


Рис. 14. Складной аршинъ. Рис. 15. Складной метръ.
(въ уменьшенномъ видѣ).

9. Чѣмъ измѣряются линіи на землѣ? (рис. 16 и 17).

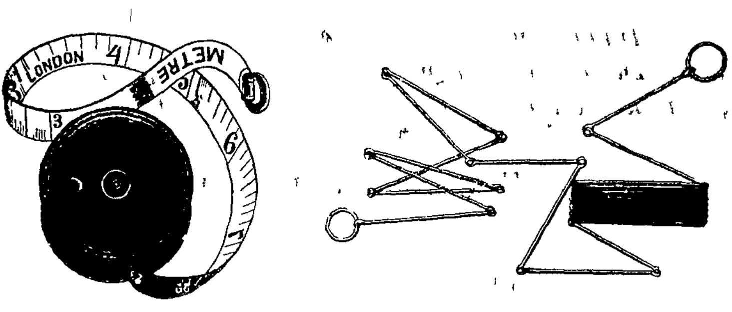


Рис. 16. Рулетка. Рис. 17. Мѣрная цѣпь.

10. Измѣрьте аршиномъ, а потомъ метромъ, длину и ширину комнаты. (Нѣсколько подобныхъ упражненій).

11. Опредѣлите на глазъ, сколько вершковъ въ ширинѣ (глубинѣ) подоконника? сколько сантиметровъ? Провѣрьте. (Нѣсколько подобныхъ упражненій).

12. Отмѣрьте у себя на дворѣ прямую линію въ 30 аршинъ. Пройдите ее нѣсколько разъ ровнымъ шагомъ, считая шаги, и опредѣлите отсюда величину вашего шага. Измѣрьте различныя разстоянія шагами и переведите въ аршины и сажени.

б) Построенія.

1. Начертите прямую линію длиною. 1) въ 4 дм.; 2) въ $1\frac{1}{2}$ дм.; 3) въ $2\frac{3}{4}$ дм.

2. Начертите прямую линію длиною: 1) въ 7 см.; 2) въ 5 см. 3 мм.; 3) въ 4 см. 9 мм.

3. Начертите на глазъ линію. 1) въ 1 дм.; 2) въ 3 дм.; 3) въ $2\frac{1}{2}$ дм.

4. Начертите на глазъ линію. 1) въ 1 см.; 2) въ 2 см.; 3) въ 5 см.

5. Раздѣлите дюймъ на 10 равныхъ частей (на линіи).

6. Ребро куба равно 1 дцм. Нарисуйте грань куба, уменьшивъ ребро въ 2 раза.

7. Измѣрьте ширину и высоту классной доски, и нарисуйте поверхность ея, уменьшивъ каждую изъ этихъ линій въ 10 разъ

в) Выводы.

1. *Линіи измѣряются линіями.*

2. *Тѣ линіи, которыми измѣряются другія линіи, называются единицами длины, или мѣрами длины.*

Метрическія мѣры длины.

метръ — м.

километръ — км.	дециметръ — дцм.
гектометръ — гм.	сантиметръ — см.
декаметръ — дкм.	миллиметръ — мм.

1 км. = 10 гм. = 100 дкм. = 1000 м.
1 гм. = 10 дкм. = 100 м.
1 дкм. = 10 м.
1 м. = 10 дцм. = 100 см. = 1000 мм.
1 дцм. = 10 см. = 100 мм.
1 см. = 10 мм.

Приблизительно.
1 м. = $1\frac{2}{5}$ ар. = $22\frac{1}{2}$ вершк.
1 км. = $468\frac{2}{3}$ саж.
1 ар. = 71 см.

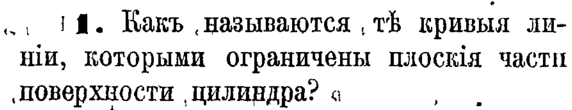
§ 6. Окружность.



а) Вопросы.

радіусъ
радіусъ
радіусъ
О
цен-тръ

Рис. 18.



1. Какъ называются тѣ кривыя линіи, которыми ограничены плоскія части поверхности цилиндра?

2. Укажите примѣры окружностей.

3. Какъ называется та точка отъ которой всѣ точки окружности находятся на одинаковомъ разстояніи? (рис. 18).

4. Что такое радіусъ окружности? (рис. 18).

5. Какъ можно начертить окружность при помощи бумажной полоски? (рис. 19).

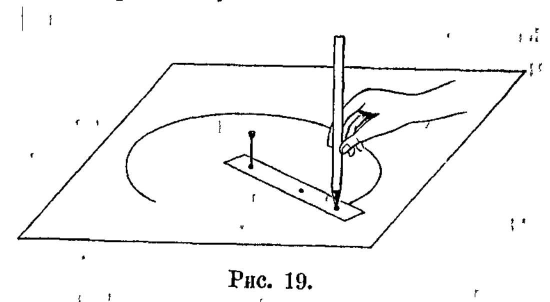


Рис. 19.

6. При помощи какого прибора удобнѣе всего вычерчивать окружности? (рис. 20 и 21).

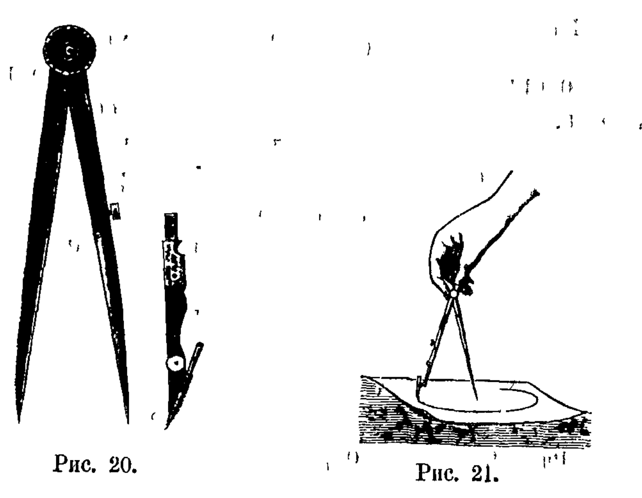


Рис. 20. Рис. 21.

7. Какъ проводятся окружности на землѣ? (рис. 22).

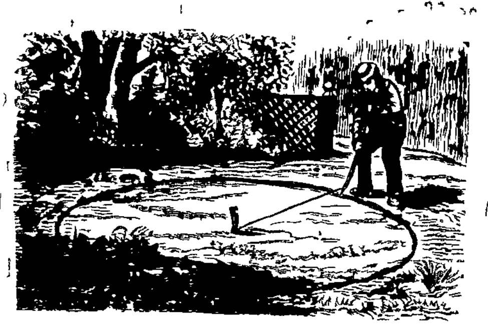


Рис. 22.

8. Какъ называется часть окружности, напримѣръ $ВГ$? (рис. 23).

9. Какъ называется прямая линія, стягивающая дугу, т.-е. соединяющая концы дуги? (рис. 23).

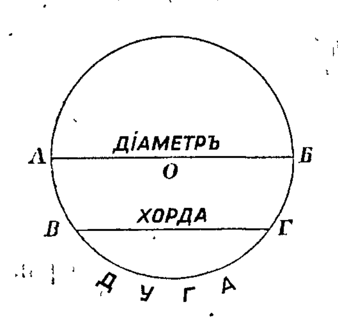


Рис. 23.

10. Какъ называется прямая линія $(АБ)$, которая соединяетъ двѣ точки окружности и проходитъ черезъ центръ? (рис. 23).

11. Изъ сколькихъ радіусовъ состоитъ діаметръ?

12. Какъ дѣлится окружность діаметромъ?

13. На окружности взяты равныя между собою дуги $АБ$ и $ВГ$ (рис. 24). Что можно сказать о хордахъ, которыя стягиваютъ эти дуги? Какъ надо перегнуть окружность, для того чтобы дуги и хорды совпали?

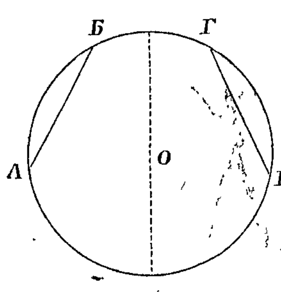


Рис. 24.

14. Наоборотъ: если въ окружности проведены равныя между собою хорды, то, что можно сказать о дугахъ, которыя стягиваются этими хордами?

15. Какая часть окружности называется градусомъ? (рис. 25).

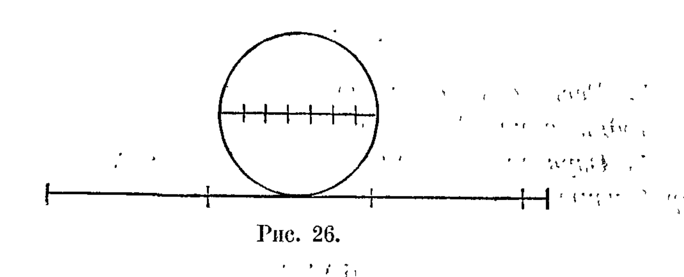
16. Сколько градусовъ содержитъ дуга, составляющая: 1) $^1/_2$ окружности; 2) $^1/_4$ окр.; 3) $^3/_8$ окр.; 4) $^5/_{24}$ окр.?

17. Какую часть окружности составляетъ дуга, которая содержитъ: 1) 120°; 2) 40°; 3) 30°; 4) 10°?

Рис. 25.

18. Во сколько разъ окружность длиннѣе своего діаметра? (рис. 26).

19. Какъ велика длина окружности, у которой: 1) діаметръ = 1 ар. (1 ар. = 28 дм.); 2) діаметръ = 1 м. 12 см.; 3) радіусъ = 3 фт. $2^1/_2$ дм.; 4) радіусъ = 98 см.?


Рис. 26.

20. Переднее колесо тарантаса имѣетъ въ діаметрѣ 21 верш. Какое разстояніе пройдетъ тарантасъ, когда колесо это обернется 4000 разъ?

21. Самые большіе часы въ мірѣ (въ Филадельфіи, въ Америкѣ) имѣютъ циферблатъ, діаметръ котораго равенъ 4 саж. 2 ар. Какой путь проходитъ конецъ минутной стрѣлки въ часъ? въ четверть часа? въ минуту?

22. Длина земного меридіана равна 40000 км. На какомъ разстояніи другъ отъ друга находятся два мѣста, которыя лежатъ на одномъ меридіанѣ (подъ одной долготой), и оба имѣютъ сѣверную широту: одно 56°, другое 38°?

23. Желѣзнодорожный путь на нѣкоторомъ разстояніи идетъ по закругленію, которое представляетъ собою дугу окружности. Дуга эта имѣетъ радіусъ въ 420 саж. и содержитъ 72°. Какова длина закругленія?

б) Построенія.

1. Начертите окружность радіусомъ въ $1^1/_4$ дм. Изъ какой-нибудь точки этой окружности проведите двѣ хорды длиною въ 2 дм. каждая. (При помощи бумажной полоски или циркуля). Изъ той же точки проведите хорду длиною въ $2^1/_2$ дм.

2. Начертите прямую линію длиною въ 8 см. На этой прямой, какъ на діаметрѣ, опишите полуокружность.

3. Начертите окружность радіусомъ въ 1 дюймъ, и раздѣлите ее на 5 равныхъ частей. (См. § 4, построеніе № 7).

4. Опишите полуокружность съ діаметромъ въ 5 см., и раздѣлите ее на 4 равныя части.

5. Радіусомъ въ 3 см. опишите дугу, меньшую полуокружности, и раздѣлите ее на 3 равныя части.

в) Выводы.

1. *Всѣ точки окружности лежатъ въ одной плоскости и находятся на одинаковомъ разстояніи отъ центра.*

2. *Окружность длиннѣе своего діаметра въ $3^1/_7$ раза (приблизительно).*

ГЛАВА III.

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНІЕ ЛИНІЙ И ПЛОСКОСТЕЙ.

§ 7. Углы.

а) Вопросы.

1. Что образуютъ двѣ прямыя линіи, выходящія изъ одной точки? (рис. 27 и 28).

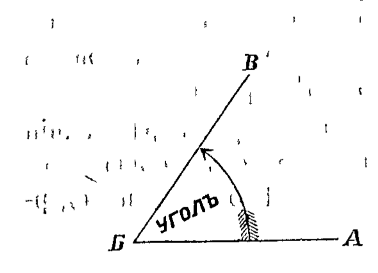


Рис. 27.

Рис. 28.

2. Одинаково ли наклонены другъ къ другу линіи, изображенныя на рис. 27 и на рис. 28?

3. Если линія *БВ* сначала покрывала линію *БА*, а потомъ отошла отъ нея, поворачиваясь около точки *Б*, то на какомъ рисункѣ линія *БВ* сдѣлала большій поворотъ? На какомъ рисункѣ уголъ больше? на какомъ меньше?

4. Когда стрѣлки часовъ образуютъ бóльшій уголъ: въ 2 часа или въ 3 часа? въ 4 часа или въ 5 часовъ?

5. Какъ называются линіи, образующія уголъ?

6. Какъ называется точка пересѣченія сторонъ угла?

7. Стѣнные и карманные часы показываютъ одно и то же время, напр. 2 часа. Одинаковые ли углы образуютъ между собою стрѣлки на тѣхъ и другихъ часахъ? Зависитъ ли величина угла отъ длины его сторонъ?

8. Прямая линія занимаетъ первоначально положеніе *OA* (рис. 29). Эта линія вращается около точки *O*. Какое положеніе приметъ она, когда сдѣлаетъ полный оборотъ? когда сдѣлаетъ полъ-оборота? четверть оборота? три четверти оборота?

9. Какъ называется уголъ, стороны котораго отстоятъ другъ отъ друга на четверть оборота?

10. Сколько прямыхъ угловъ описываетъ линія, когда дѣлаетъ полъ-оборота? полный оборотъ?

11. Какъ называется уголъ, который меньше прямого? который больше прямого, но меньше двухъ прямыхъ? (рис. 30).

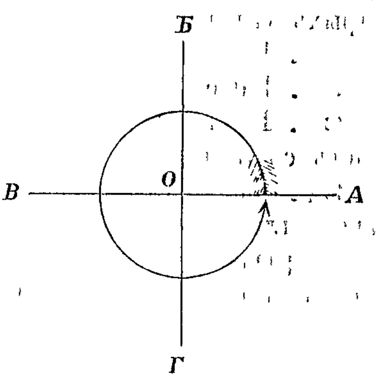


Рис. 29.

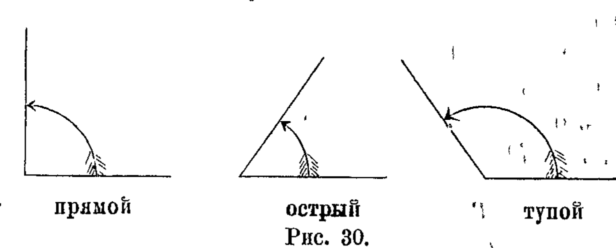


Рис. 30.

12. Острые и тупые углы бываютъ разной величины. Могутъ ли быть разной величины прямые углы?

13. Когда стрѣлки часовъ образуютъ прямые углы? острые? тупые?

14. Какой уголъ описываетъ стрѣлка флюгера, поворачиваясь съ сѣвера на востокъ? съ юга на сѣверъ? съ запада на сѣверо-западъ? съ востока на юго-западъ?

15. Въ какихъ печатныхъ буквахъ встрѣчаются прямые углы? острые? тупые?

16. Какой уголъ образуютъ каждыя два сходящіяся ребра куба? Назовите еще предметы, края которыхъ образовали бы прямые углы.

17. Какой уголъ образуетъ верхній боковой край парты съ краемъ наклонной доски ея? Какіе углы составляютъ ме-

жду собою спицы колеса? стропила крыши? Укажите еще примѣры острыхъ и тупыхъ угловъ?

18. Какой уголъ описываетъ прямая линія, если поворачивается сначала на прямой уголъ, а потомъ еще на острый?

19. Какой уголъ можетъ получиться отъ сложенія двухъ острыхъ угловъ?

20. Что показываетъ уголъ между двумя плоскостями?

21. Какіе бываютъ углы между плоскостями?

22. Если отворять или затворять дверь, какіе углы она будетъ составлять со стѣною? съ поломъ?

23. Какіе углы образуютъ стѣнки ящика съ его дномъ? Какіе углы образуетъ скатъ крыши со стѣною и съ накатомъ чердака? Укажите еще примѣры прямыхъ, острыхъ и тупыхъ угловъ между плоскостями.

б) Построенія.

1. Начертите какой-нибудь уголъ *АБВ* (рис. 31) и постройте равный ему уголъ, такъ чтобы вершина была въ точкѣ *Д*, а одной изъ сторонъ служила линія *ДЕ*. (Какимъ-нибудь радіусомъ опишите дугу *КЛ* изъ вершины *Б;* тѣмъ же радіусомъ опишите дугу изъ точки *Д*. Отложите дугу *МН*. равную дугѣ *КЛ*).

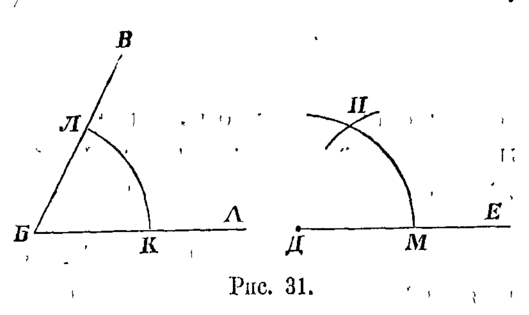


Рис. 31.

2. Начертите два угла разной величины. Потомъ а) сложите эти углы (рис. 32); б) отъ бóльшаго отнимите меньшій.

3. Начертите небольшой острый уголъ и увеличьте его въ 3 раза.

4. Начертите небольшой острый уголъ, и потомъ прямой уголъ. Узнайте, во сколько разъ вашъ острый уголъ меньше прямого. (Однимъ и тѣмъ же радіусомъ опишите дуги изъ

вершинъ обоихъ угловъ и меньшую дугу откладывайте на большей).

5. Начертите острый уголъ и раздѣлите его пополамъ. (Опишите изъ вершины дугу и раздѣлите ее пополамъ).

6. Начертите тупой уголъ и раздѣлите его на 3 равныя части.

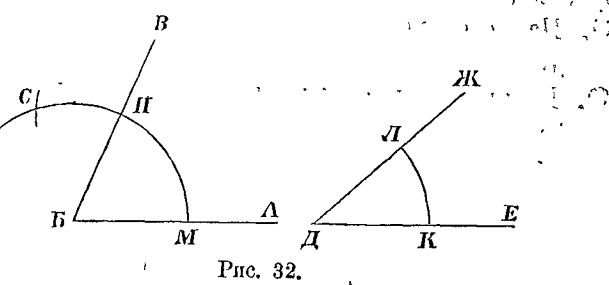


Рис. 32.

в) Выводы.

1. *Уголъ между линіями или между плоскостями показываетъ наклоненіе линій или плоскостей другъ къ другу.*

2. *Углы бываютъ прямые, острые и тупые.*

3. *Всѣ прямые углы равны между собою.*

§ 8. Измѣреніе угловъ.

а) Вопросы.

1. Если раздѣлить окружность на 360 равныхъ частей и точки дѣленія соединить съ центромъ, то сколько равныхъ угловъ образуется при центрѣ? (рис. 33). Какъ называются эти углы, и для чего они служатъ?

2. Сколько градусовъ содержитъ прямой уголъ?

3. Сколько градусовъ въ углѣ, который равенъ $\frac{2}{3}$ прямого угла ($^2/_3$d)?

4. Сколько градусовъ содержитъ каждый изъ слѣдующихъ угловъ: 1) $^1/_2$ d; 2) $^3/_4$d; 3) $1^1/_3$d; 4) $1^1/_2$d?

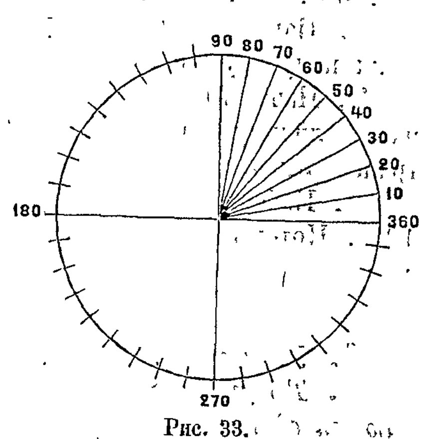


Рис. 33.

5. Самое бо́льшее — сколько цѣлыхъ градусовъ можетъ содержать острый уголъ? тупой уголъ?
6. Самое меньшее — сколько цѣлыхъ градусовъ можетъ содержать острый уголъ? тупой уголъ?
7. Какой приборъ употребляется для измѣренія угловъ на бумагѣ (на доскѣ)? (рис. 34).
8. На сколько градусовъ раздѣлена полуокружность транспортира?
9. Какимъ приборомъ измѣряются углы на землѣ? (рис. 35).

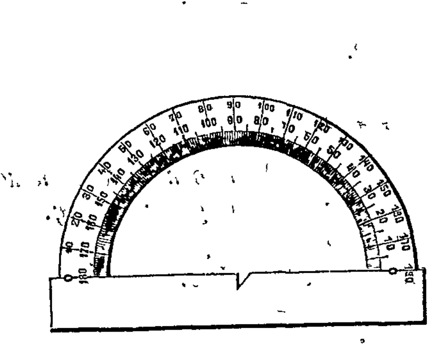


Рис. 34. Транспортиръ.

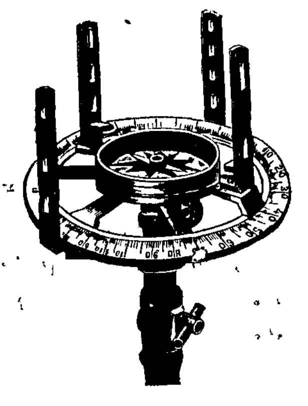


Рис. 35. Астролябія.

б) Построенія.

1. Начертите при помощи транспортира углы въ 30°, 45°, 60°, 90°, 120°.
2. Начертите тѣ же углы безъ помощи транспортира (дѣля полуокружность на равныя части).
3. Начертите нѣсколько различныхъ угловъ; оцѣните ихъ величину на глазъ и потомъ измѣрьте при помощи транспортира.
4. Начертите на глазъ углы въ 30°, 45°, 60°, 120°, 135°. Потомъ провѣрьте при помощи транспортира.

в) Выводы.

1. *Углы измѣряются углами.*
2. *Тѣ углы, которыми измѣряются другіе углы, называются единицами, или мѣрами, угловъ.*

Мѣры угловъ.

Прямой уголъ (d).
Градусъ = $\frac{1}{90}$ прямого угла.

§ 9. Смежные углы. Противоположные углы.

а) Вопросы.

1. Если продолжить за вершину одну изъ сторонъ угла *АОБ* (рис. 36), то образуется другой уголъ *БОВ*. Что общаго имѣютъ эти углы? Какую линію составляютъ стороны ихъ *АО* и *ВО*? Какъ называются такіе углы?
2. Сколько прямыхъ угловъ составляютъ оба смежныхъ угла вмѣстѣ?
3. Какъ великъ уголъ, смежный съ угломъ въ 30°, 45°, 79°, 167°?
4. Если одинъ изъ смежныхъ угловъ острый, то каковъ другой?

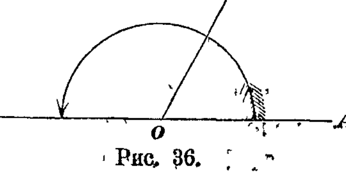


Рис. 36.

5. Если одинъ изъ смежныхъ угловъ прямой, то каковъ другой уголъ? (рис. 37).
6. Когда смежные углы равны между собою, то какъ великъ каждый изъ нихъ?
7. Чему равна сумма угловъ, расположенныхъ вокругъ одной точки по одну сторону прямой линіи? (рис. 38).

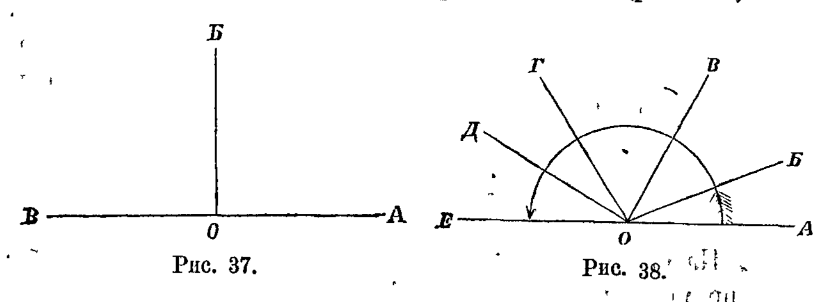


Рис. 37. Рис. 38.

8. Изъ этихъ угловъ даны: *АОБ* = 22°, *БОВ* = 40°, *ГОД* = 30°, *ДОЕ* = 24°. Какъ великъ уголъ *ВОГ*?
9. Около одной точки по одну сторону прямой линіи расположено 12 равныхъ между собою угловъ. Какъ великъ каждый изъ нихъ?

10. Чему равна сумма угловъ, расположенныхъ вокругъ одной точки во всѣ стороны? (рис. 39).

11. Вокругъ одной точки, во всѣ стороны, расположено 6 равныхъ между собою угловъ. Какъ великъ каждый изъ нихъ?

Рис. 39.

12. Если обѣ стороны угла *АОБ* (рис. 40) продолжить за вершину, то образуется другой уголъ *ВОГ*. Какъ называются такіе углы? Не образуется ли при этомъ еще два противоположныхъ угла? Укажите ихъ.

13. Если прямая *ГБ* сначала покрывала прямую *ВА*, а потомъ отошла отъ нея, поворачиваясь около точки *О*, то одинаковый ли поворотъ сдѣлали линіи *ОБ* и *ОГ*? Что можно сказать о величинѣ противоположныхъ угловъ?

14. Укажите на рис. 40 смежные углы.

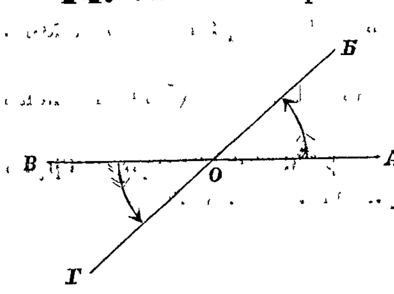


Рис. 40.

15. При пересѣченіи двухъ прямыхъ линій *АВ* и *БГ* образовалось четыре угла (рис. 40). Уголъ *АОБ* содержитъ 42°. Какъ великъ каждый изъ остальныхъ трехъ угловъ?

16. При пересѣченіи двухъ линій образовалось четыре угла; одинъ изъ нихъ прямой. Каковы остальные?

б) Построенія.

1. Начертите какой-нибудь уголъ и отнимите его отъ двухъ прямыхъ угловъ. (Постройте смежный уголъ).

2. Начертите два острыхъ угла; сложите ихъ и сумму отнимите отъ двухъ прямыхъ угловъ.

3. Начертите какой-нибудь уголъ и измѣрьте его. Продолжите обѣ стороны угла за вершину и опредѣлите величину остальныхъ трехъ угловъ.

в) Выводы.

1. *Смежными углами называются такіе углы, которые имѣютъ общую вершину и общую сторону, и у которыхъ прочія стороны образуютъ одну прямую линію.*

2. *Сумма смежныхъ угловъ равна двумъ прямымъ угламъ, или 180°.*

3. *Противоположными углами называются такіе углы, у которыхъ стороны одного составляютъ продолженія сторонъ другого.*

4. *Противоположные углы равны между собою.*

§ 10. Перпендикуляры и наклонныя.

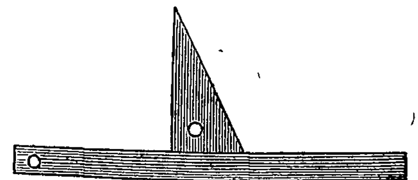
а) Вопросы.

1. Когда линіи называются перпендикулярными другъ къ другу? Когда — наклонными?

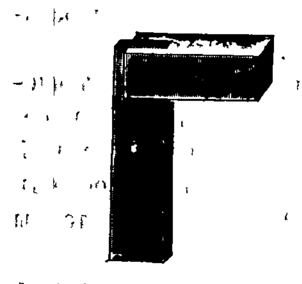
2. Укажите примѣры перпендикулярныхъ и наклонныхъ линій. (См. въ § 7 примѣры прямыхъ, острыхъ и тупыхъ угловъ).

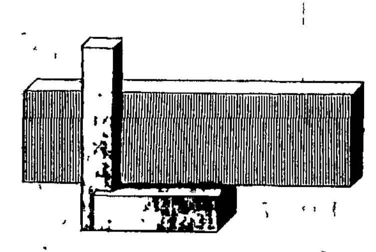
3. Какой приборъ служитъ для черченія перпендикулярныхъ линій? (рис. 41).

4. Какой приборъ употребляютъ для проведенія перпендикулярныхъ линій при столярныхъ работахъ? Какъ устроенъ столярный наугольникъ? (рис. 42).


Рис. 41. Наугольникъ и линейка.

5. Какъ пользуются этимъ наугольникомъ, когда надо обрѣзать доску перпендикулярно къ ея краямъ? (рис. 43).


Рис. 42.


Рис. 43.

6. При помощи какого инструмента проводятся перпендикулярныя линіи на землѣ? (рис. 44).

7. Изъ точки *К* проведена линія *КО*, перпендикулярная къ линіи *АБ*, и наклонныя къ ней линіи *КЕ* и *КЖ* (рис. 45). Что можно сказать о длинѣ перпендикуляра и наклонныхъ?

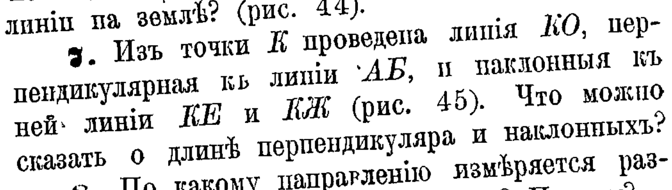


Рис. 44. Эккеръ.

8. По какому направленію измѣряется разстояніе отъ точки до прямой линіи? Почему?

9. Черезъ средину *О* линіи *АБ* проведенъ къ ней перпендикуляръ (рис. 46). На перпендикулярѣ взяты точки *Е*, *И*, *Д* и соединены съ концами *А* и *Б*. Если перегнуть рисунокъ по перпендикуляру, то какія линіи совпадутъ другъ съ другомъ? Что можно сказать о разстояніяхъ всякой точки перпендикуляра, проходящаго черезъ средину прямой линіи, отъ концовъ этой линіи?

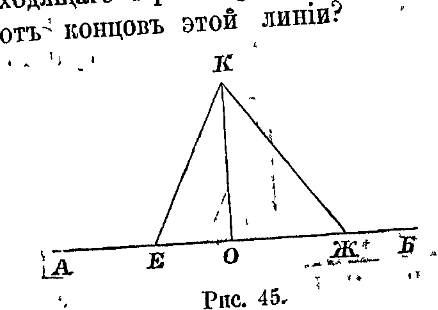


Рис. 45.

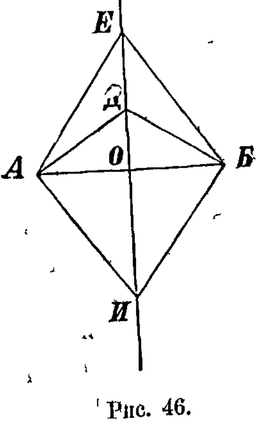
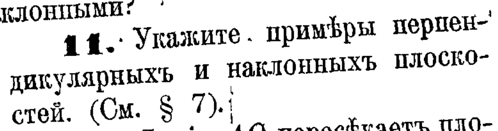


Рис. 46.

10. Когда плоскости называются перпендикулярными между собою? Когда — наклонными?

11. Укажите примѣры перпендикулярныхъ и наклонныхъ плоскостей. (См. § 7).

12. Линія *АО* пересѣкаетъ плоскость *М* въ точкѣ *О* (рис. 47) и составляетъ прямые углы со всякой линіей, проведенной на плоскости черезъ точку *О*. Какъ назовете вы прямую *АО* и плоскость *М*?



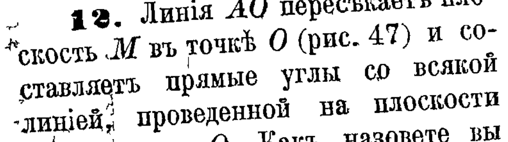


Рис. 47.

13. Въ какомъ направленіи обыкновенно вбиваютъ гвоздь въ доску? Укажите примѣры линій, перпендикулярныхъ къ плоскостямъ.

14. По какому направленію измѣряется разстояніе отъ точки до плоскости? Почему?

б) Построенія.

1. Сложите листокъ бумаги вчетверо такъ, чтобы складки были перпендикулярны между собою.

2. Сдѣлайте себѣ изъ бумаги чертежный наугольникъ.

3. Начертите прямую *АБ* и проведите перпендикулярную къ ней линію черезъ точку *М* (рис. 48): приложите къ линіи *АБ* самое длинное ребро наугольника; къ другому ребру его (слѣва) приложите линейку; прижимая линейку къ бумагѣ, поверните наугольникъ такъ, какъ показано на рис. 48; двигая наугольникъ по линейкѣ, доведите до точки *М* самое длинное ребро его и прочертите по нему прямую линію.

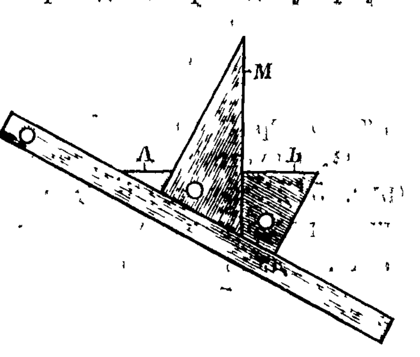


Рис. 48.

4. Начертите прямую линію *ВГ*. Возьмите на ней двѣ точки и возстановите изъ нихъ перпендикуляры въ одну и ту же сторону. Отложите на перпендикулярахъ по 2 см. и черезъ концы проведите прямую линію. На этой прямой возьмите гдѣ-нибудь точку, опустите изъ нея перпендикуляръ на линію *ВГ* и измѣрьте длину этого перпендикуляра.

Слѣдующія построенія сдѣлайте при помощи циркуля или бумажной полоски.

5. Начертите прямую *АБ* и проведите линію, къ ней перпендикулярную, такъ, чтобы она проходила черезъ средину *АБ* (рис. 49): какимъ-нибудь радіусомъ (который больше половины *АБ*) опишите изъ точки *А* двѣ дуги по разныя стороны *АБ*; тѣмъ же радіусомъ опи-

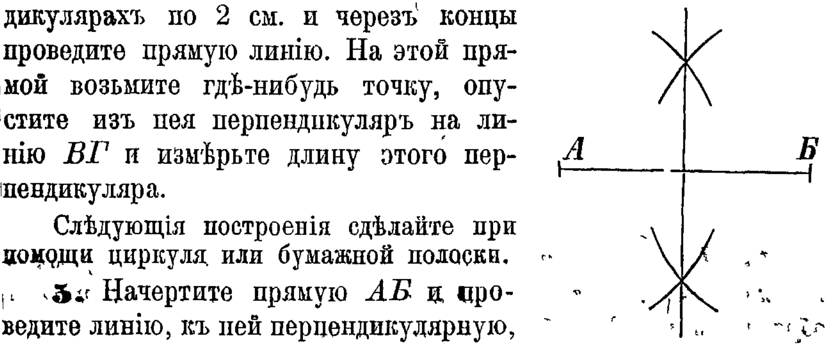


Рис. 49.

шите двѣ дуги изъ точки *Б*; черезъ точки пересѣченія этихъ дугъ проведите прямую линію. Почему эта линія будетъ перпендикуляромъ, проходящимъ черезъ средину *АБ*? (См. вопросъ № 9).

6. Раздѣлите прямую линію на 4 равныя части.

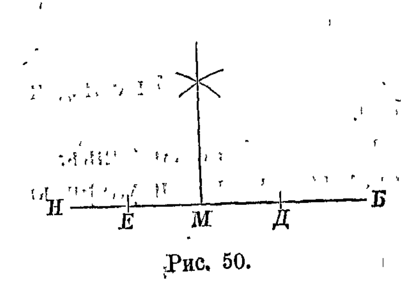


Рис. 50.

7. Возстановите перпендикуляръ къ линіи *АБ* изъ точки *М* (рис. 50): отложите на *АБ* въ обѣ стороны отъ точки *М* произвольныя, но равныя между собою, части *МЕ* и *МД*; изъ точекъ *Е* и *Д* однимъ и тѣмъ же радіусомъ опишите двѣ дуги по одну сторону *АБ*; проведите прямую черезъ точку *М* и точку пересѣченія этихъ дугъ.

8. Опустите перпендикуляръ изъ точки *О* на линію *АБ* (рис. 51): изъ точки *О* какимъ-нибудь радіусомъ опишите дугу, которая пересѣкала бы линію *АБ* въ двухъ точкахъ *К* и *Л*. Далѣе построеніе сходно съ построеніемъ № 7.

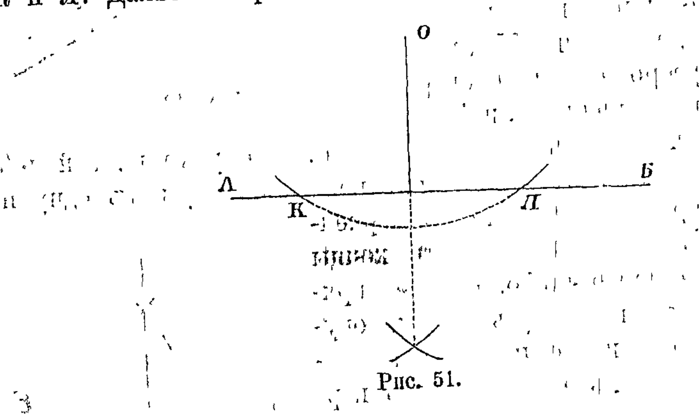


Рис. 51.

в) Выводы.

1. *Перпендикулярными линіями и перпендикулярными плоскостями называются такія линіи и плоскости, которыя образуютъ между собою прямые углы.*

2. *Линіи и плоскости, образующія между собою острые или тупые углы, называются наклонными другъ къ другу.*

3. *Перпендикуляръ есть кратчайшее разстояніе отъ точки до прямой линіи и до плоскости.*

§ 11. Параллельныя линіи и поверхности.

а) Вопросы.

1. Во сколькихъ разныхъ направленіяхъ идутъ ребра куба?

2. Сколько реберъ куба идутъ въ одномъ и томъ же направленіи?

3. Какъ называются линіи, которыя идутъ въ одномъ и томъ же направленіи?

4. Когда колеса повозки оставляютъ по дорогѣ слѣдъ, изъ сколькихъ линій состоитъ этотъ слѣдъ? Какъ назовете вы эти линіи?

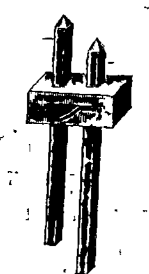
5. Какими будутъ эти параллельныя линіи, когда повозка движется прямо, и когда она заворачиваетъ?

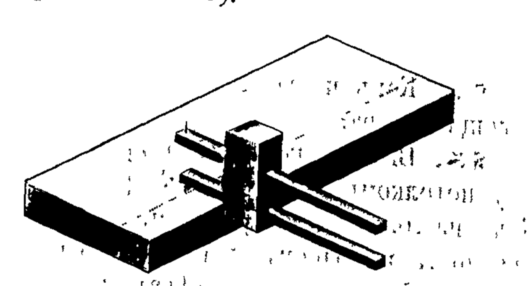
6. Что можете вы сказать о разстояніи между параллельными линіями?

7. Могутъ ли пересѣкаться между собою параллельныя линіи, какъ бы далеко ни продолжать ихъ въ ту или другую сторону?

8. Укажите примѣры параллельныхъ линій.

9. Какой приборъ употребляютъ столяры для проведенія параллельныхъ линій? (рис. 52 и 53).


Рис. 52. Ресмусъ.


Рис. 53.

10. Двѣ линіи *АБ* и *ВГ* пересѣчены третьей *МН* (рис. 54). Сколько образовалось угловъ? Укажите внѣшніе углы, внутренніе углы. Какъ называются не смежные углы *б* и *е*, которые лежатъ по одну сторону линіи *МН*, и изъ которыхъ одинъ внѣшній, другой внутренній? Укажите еще соотвѣтственные углы.

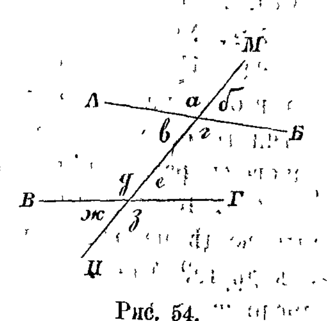


Рис. 54.

Какъ называются внутренніе не смежные углы *в* и *е*, которые лежатъ по разныя стороны линіи *МН*? Укажите еще внутренніе накрестъ лежащіе углы. Уголъ *б* содержитъ 60°, уголъ *з* — 130°. Какъ великъ каждый изъ двухъ соотвѣтственныхъ угловъ? накрестъ лежащихъ?

11. Когда линіи *АБ* и *ВГ* параллельны, что тогда можно сказать о соотвѣтственныхъ углахъ? о накрестъ лежащихъ углахъ? (рис. 55).

12. Если двѣ линіи *АБ* и *ВГ* образуютъ съ третьей *МН* равные соотвѣтственные углы или равные накрестъ лежащіе углы, что тогда можно сказать объ этихъ двухъ линіяхъ?

13. Что можно сказать о линіяхъ, которыя перпендикулярны къ одной и той же прямой? (рис. 56).

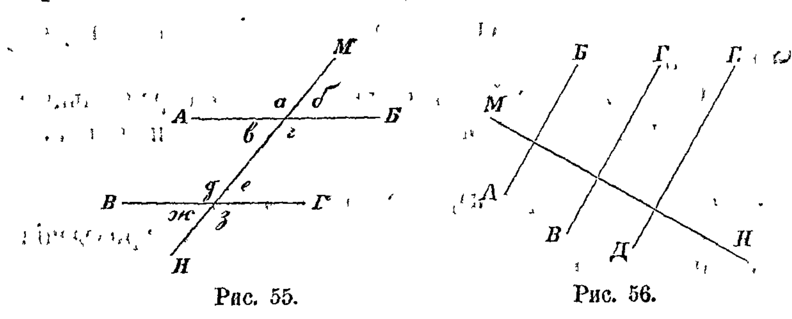


Рис. 55. Рис. 56.

14. Какъ проводятъ параллельныя линіи на землѣ, при помощи эккера?

15. Высота комнаты 5 аршинъ. Каково разстояніе между потолкомъ и поломъ въ срединѣ комнаты? въ углахъ ея? Какъ называются поверхности, которыя вездѣ находятся другъ отъ друга на одномъ и томъ же разстояніи?

16. Могутъ ли пересѣкаться между собою такія поверхности, какъ бы далеко ни продолжать ихъ?

17. Укажите примѣры параллельныхъ поверхностей.

18. Если въ противоположныя стѣны комнаты вбить два гвоздя на одинаковой высотѣ надъ поломъ и между ними натянуть бечевку, вездѣ ли бечевка будетъ находиться на одинаковомъ разстояніи отъ пола?

19. Какъ называются такая линія и поверхность, которыя вездѣ находятся на одномъ и томъ же разстояніи другъ отъ друга? Могутъ ли онѣ пересѣкаться, какъ бы далеко ни продолжать ихъ?

20. Если натянуть бечевку такъ, какъ сказано въ № 18, будетъ ли бечевка параллельна поверхности потолка? Какъ надо вбить гвозди, чтобы бечевка, кромѣ того, была параллельна двумъ противоположнымъ стѣнамъ?

21. Сколько реберъ куба параллельны каждой грани его?

22. Сколькимъ гранямъ куба параллельно каждое ребро его?

б) Построенія.

1. Начертите нѣсколько параллельныхъ линій при помощи линейки. Начертите нѣсколько параллельныхъ линій отъ руки.

2. Начертите отъ руки двѣ параллельныя кривыя линіи.

3. Начертите прямую *АБ*, возьмите внѣ ея точку *К* и черезъ эту точку проведите линію, параллельную *АБ*, съ помощью наугольника и линейки (рис. 57): приложите къ *АБ* самое длинное ребро наугольника; къ другому ребру его (слѣва) приложите линейку; прижимая линейку къ бумагѣ, двигайте наугольникъ по линейкѣ и доведите до точки *К* самое длинное ребро его, по которому и прочертите прямую линію. Почему эта линія будетъ параллельна линіи *АБ*? (См. вопросъ № 12).

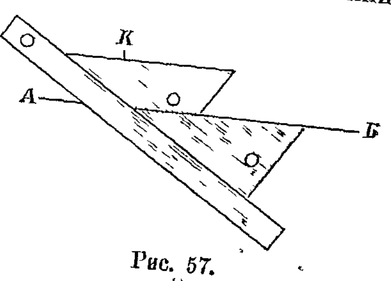


Рис. 57.

Слѣдующія построенія сдѣлайте при помощи циркуля или бумажной полоски.

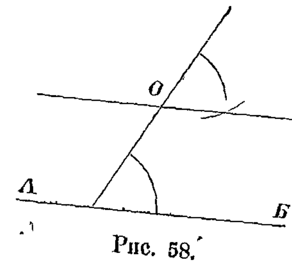


Рис. 58.

4. Начертите прямую *АБ*, возьмите внѣ ея точку *О* и черезъ эту точку проведите линію, параллельную *АБ* (рис. 58).

для этого проведите через O какую-нибудь пересѣкающую и сдѣлайте равными соотвѣтственные углы. (См. § 7, построеніе № 1).

5. Рѣшите ту же задачу проведеніемъ изъ точки O двухъ перпендикуляровъ (рис. 59). (См. § 11, вопросъ № 13; § 10, построенія №№ 8 и 7).

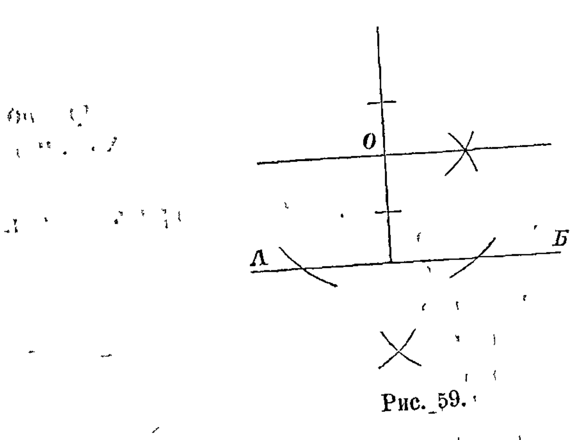


Рис. 59.

6. Рѣшите ту же задачу, пользуясь тѣмъ, что вы знаете о разстояніи между параллельными линіями (рис. 60).

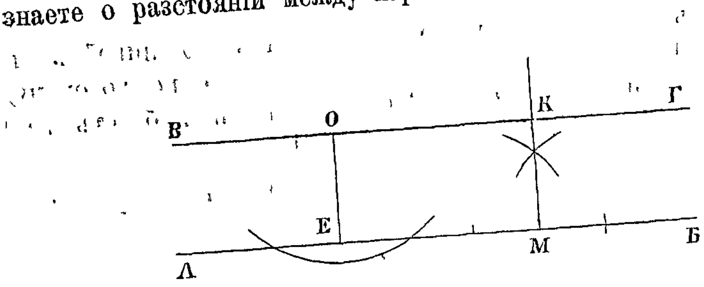


Рис. 60.

в) Выводы.

1. *Параллельными называются такія линіи, которыя идутъ въ одномъ и томъ же направленіи.*

2. *Параллельныя линіи вездѣ находятся другъ отъ друга на одинаковомъ разстояніи и поэтому не пересѣкутся, сколько бы ни продолжать ихъ.*

§ 12. Направленія: вертикальное, горизонтальное и наклонное.

а) Вопросы.

1. Какъ называется нитка, на концѣ которой виситъ грузъ? (рис. 61). Какъ называется направленіе нитки, натянутой грузомъ?

2. Въ какомъ направленіи падаютъ предметы отъ дѣйствія тяжести? Въ какомъ направленіи растутъ деревья? Въ какомъ направленіи врываютъ въ землю столбы при постройкахъ?

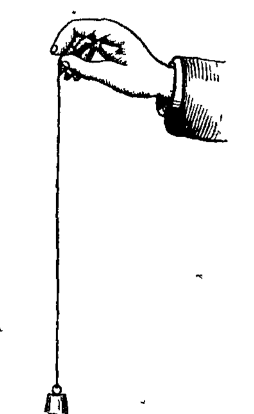


Рис. 61. Отвѣсъ.

3. Укажите примѣры отвѣсныхъ, или вертикальныхъ, линій?

4. Какъ называется поверхность, по которой можно проводить вертикальныя линіи?

5. Укажите примѣры вертикальныхъ поверхностей.

6. Для чего каменщики и плотники употребляютъ отвѣсъ? Какъ они пользуются имъ?

7. Какъ называется линія, перпендикулярная къ вертикальной линіи?

8. Какое положеніе имѣетъ коромысло вѣсовъ, когда чашки ихъ пустыя, или на нихъ положены одинаковые грузы? (рис. 62).

9. Укажите примѣры горизонтальныхъ линій.

10. Какъ называется поверхность, перпендикулярная къ вертикальной линіи?

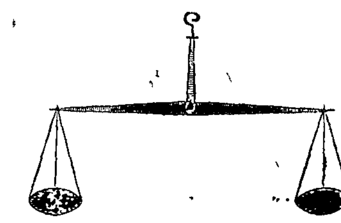


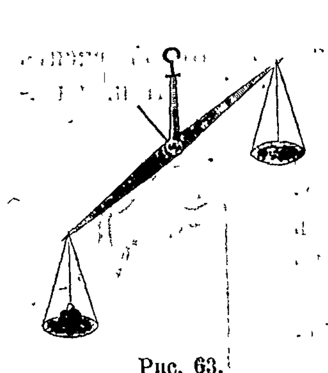
Рис. 62.

11. Какое положеніе имѣетъ спокойная поверхность воды и плавающій на ней прутикъ?

12. Если на горизонтальную поверхность доски положить шарикъ, будетъ ли онъ самъ собою катиться по доскѣ, какъ бы ни были гладки поверхность доски и поверхность шарика?

13. Укажите еще примѣры горизонтальныхъ поверхностей.

14. Какое положеніе имѣетъ коромысло вѣсовъ, когда на чашкахъ положены разные грузы? (рис. 63).

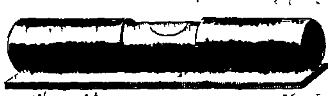

Рис. 63.

15. Какое положеніе приметъ поверхность стола, если его приподнять за одинъ край? А какое положеніе будетъ имѣть поверхность воды въ сосудѣ, стоящемъ на этомъ столѣ?

16. Укажите еще примѣры наклонныхъ линій и поверхностей.

17. Какъ устроенъ водяной уровень? (рис. 64). Какъ при помощи такого уровня провѣрить, горизонтальна ли поверхность?

18. Какой приборъ употребляютъ для этого плотники? (рис. 65). Какъ провѣрить ватерпасомъ, горизонтально ли настланъ полъ?

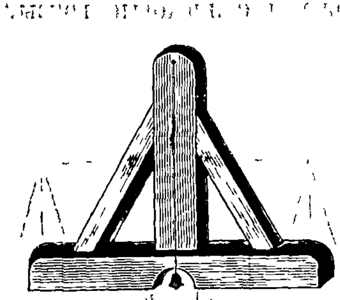

Рис. 64.

19. Могутъ ли пересѣкаться между собою вертикальныя плоскости? горизонтальныя плоскости?

20. Могутъ ли пересѣкаться между собою вертикальныя линіи? горизонтальныя линіи?

21. Какое положеніе имѣетъ плоская поверхность, ограниченная съ двухъ сторонъ вертикальными линіями?

22. Какія различныя положенія можетъ имѣть плоская поверхность, ограниченная съ двухъ сторонъ горизонтальными линіями, параллельными между собою?


Рис. 65. Ватерпасъ.

23. Какое направленіе можетъ имѣть линія, параллельная: 1) вертикальной плоскости; 2) горизонтальной плоскости; 3) наклонной плоскости?

24. На какихъ плоскихъ поверхностяхъ можно проводить: 1) только горизонтальныя линіи; 2) только горизонтальныя и наклонныя; 3) горизонтальныя, вертикальныя и наклонныя?

25. Какъ условились изображать вертикальныя, горизонтальныя и наклонныя линіи на листѣ бумаги или на страницѣ тетради?

б) Построенія.

1. Начертите въ своихъ тетрадяхъ прямую, которая изображала бы вертикальную линію. Потомъ поставьте тетрадь такъ, чтобы начерченная прямая была дѣйствительно вертикальной.

2. Начертите горизонтальную линію.

3. Начертите произвольную прямую линію и потомъ приведите тетрадь въ такое положеніе, чтобы въ дѣйствительности начерченная линія была: 1) горизонтальной; 2) вертикальной; 3) наклонной.

4. Съ помощью наугольника и линейки начертите двѣ параллельныя линіи: 1) горизонтальныя; 2) вертикальныя; 3) наклонныя.

в) Выводъ.

Различаются три направленія: горизонтальное, вертикальное и наклонное.

ГЛАВА IV. ФИГУРЫ. ТРЕУГОЛЬНИКИ.

§ 13. Свойства треугольниковъ.

а) Вопросы.

1. Самое меньшее — сколькими прямыми линіями можно ограничить со всѣхъ сторонъ плоскую поверхность?

2. Сколько сторонъ и сколько угловъ имѣетъ треугольникъ? (рис. 66).

3. Сколько угловъ прилежитъ къ каждой сторонѣ треугольника, и сколько угловъ лежитъ противъ нея?

4. Между сколькими сторонами заключенъ каждый уголъ треугольника, и сколько сторонъ лежитъ противъ него?

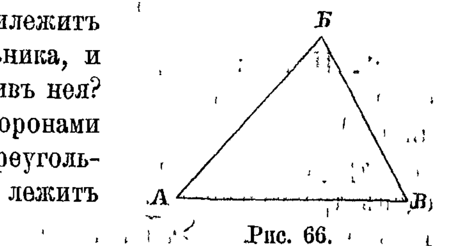


Рис. 66.

5. Что называется периметромъ треугольника?

6. Стороны треугольника имѣютъ такую длину: 60 саж., 50 саж. и 40 саж. Какъ великъ его периметръ?

7. Какъ велика должна быть каждая сторона треугольника сравнительно съ суммою прочихъ двухъ сторонъ?

8. Можетъ ли быть треугольникъ съ такими сторонами: 1) 8 дм., 5 дм. и 2 дм.? 2) 20 см., 12 см. и 8 см.? 3) 80 см., 60 см. и 40 см.?

9. Периметръ треугольника равенъ 1 аршину. Какой длины (во сколько вершковъ) могутъ быть его стороны?

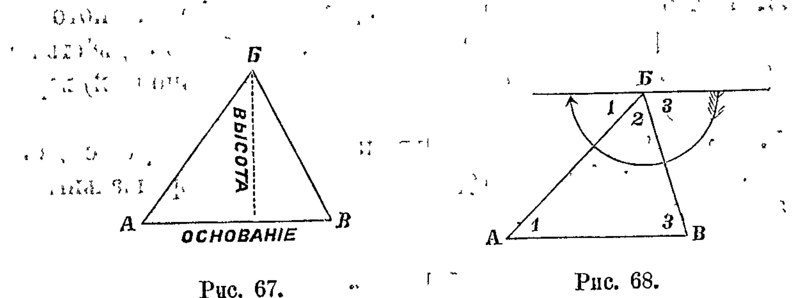


Рис. 67. Рис. 68.

10. Что называется основаніемъ треугольника? Что называется высотою треугольника? (рис. 67).

11. Чему равна сумма угловъ треугольника? (рис. 68).

12. Одинъ изъ угловъ треугольника прямой. Чему равны прочіе два угла вмѣстѣ?

13. Одинъ изъ угловъ треугольника равенъ 125°. Сколько градусовъ содержатъ прочіе два угла вмѣстѣ?

14. Одинъ изъ угловъ треугольника равенъ 75°, другой 45°. Какъ великъ третій уголъ?

б) Построенія.

1. Начертите треугольникъ, у котораго одна сторона была бы длиною въ 3 дм., другая въ 2 дм., а уголъ между ними содержалъ бы 45°. На отдѣльномъ листкѣ начертите еще треугольникъ по тѣмъ же даннымъ. Наложите, на свѣтъ, одинъ треугольникъ на другой. Можно ли сдѣлать наложеніе такъ, чтобы треугольники покрывали другъ друга? Какъ на-

зываются такіе треугольники, которые при наложеніи совпадаютъ?

2. Начертите треугольникъ, у котораго одна изъ сторонъ имѣетъ длину 8 см., а прилежащіе къ ней углы содержатъ: одинъ 60°, другой 80°. На отдѣльномъ листкѣ начертите еще треугольникъ по тѣмъ же даннымъ. Наложите, попрежнему, одинъ треугольникъ на другой. Что можно сказать объ этихъ треугольникахъ?

3. Начертите треугольникъ, стороны котораго имѣли бы такую длину: одна 3 дм., другая 2 дм. и третья $1^{1}/_{2}$ дм. (При помощи циркуля или бумажной полоски). На отдѣльномъ листкѣ начертите еще треугольникъ по тѣмъ же даннымъ. Наложите, попрежнему, одинъ треугольникъ на другой. Что можно сказать объ этихъ треугольникахъ?

4. Попробуйте начертить треугольникъ со сторонами въ 8 см., 4 см. и 3 см.

5. Попробуйте начертить треугольникъ со сторонами въ 3 дм., $1^{3}/_{4}$ дм. и $1^{1}/_{4}$ дм.

6. Начертите треугольникъ, у котораго основаніе имѣло бы длину 5 см., а высота 4 см. (Изъ какой-нибудь точки основанія возстановите перпендикуляръ и отложите на немъ 4 см.).

в) Выводы.

1. *Треугольникъ есть плоская поверхность, ограниченная тремя прямыми линіями.*

2. *Сумма угловъ треугольника составляетъ два прямыхъ угла, или 180°.*

3. *Треугольники, которые при наложеніи совпадаютъ, называются равными.*

4. *Признаки равенства треугольниковъ: два треугольника равны, если:*

а) имѣютъ по равному углу, заключенному между попарно равными сторонами;

б) имѣютъ по равной сторонѣ и по два попарно равныхъ угла, къ ней прилежащихъ;

в) всѣ стороны попарно равны.

§ 14. Различные виды треугольниковъ.

а) Вопросы.

1. Какъ называется треугольникъ, въ которомъ всѣ углы острые? (рис. 69).

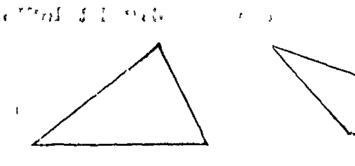
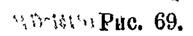
2. Одинъ изъ угловъ треугольника содержитъ 35°. Какъ великъ можетъ быть каждый изъ прочихъ двухъ угловъ, если этотъ треугольникъ остроугольный?

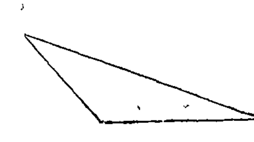
3. Какъ называется треугольникъ, одинъ изъ угловъ котораго тупой? (рис. 70). Каковы прочіе углы тупоугольнаго треугольника?

4. Какъ называется треугольникъ, одинъ изъ угловъ котораго прямой? (рис. 71). Каковы прочіе углы прямоугольнаго треугольника?

5. Сколько градусовъ составляютъ вмѣстѣ острые углы прямоугольнаго треугольника?

6. Какъ называются тѣ стороны прямоугольнаго треугольника, которыя образуютъ прямой уголъ? Какъ называется сторона, лежащая противъ прямого угла? (рис. 71).



Рис. 69.


Рис. 70.

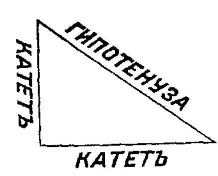


Рис. 71.

7. Какимъ треугольникомъ будетъ чертежный наугольникъ? Какіе треугольники образуютъ косыя планки ватерпаса съ его брусками? Какой треугольникъ изображаетъ стѣнка чулана подъ лѣстницей?

8. Какъ называется треугольникъ, въ которомъ всѣ стороны имѣютъ разную длину?

9. Одна изъ сторонъ треугольника имѣетъ длину 6 ар.; периметръ треугольника равенъ 14 ар. Какой длины можетъ быть каждая изъ прочихъ двухъ сторонъ, если этотъ треугольникъ разносторонній?

10. Какъ называется треугольникъ, въ которомъ двѣ стороны равны между собою? (рис. 72).

11. Какая сторона равнобедреннаго треугольника обыкновенно принимается за основаніе? Какъ называются равныя стороны такого треугольника?

12. Какой треугольникъ изображаетъ стѣна чердака подъ двухскатной крышей?

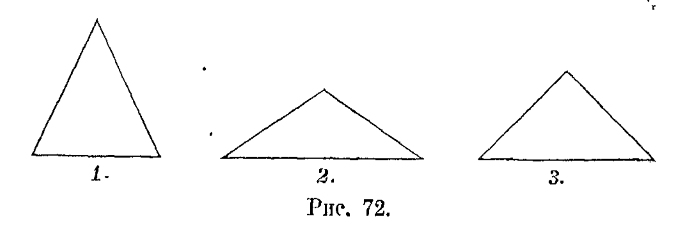


Рис. 72.

13. Вершина равнобедреннаго треугольника соединена съ срединою его основанія (рис. 73). Что можно сказать о тѣхъ треугольникахъ, на которые раздѣлился равнобедренный треугольникъ? (См. § 13, выводъ № 4, третій признакъ равенства треугольниковъ).

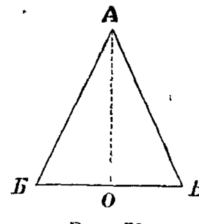


Рис. 73.

14. Какіе углы образуетъ съ основаніемъ линія, соединяющая вершину равнобедреннаго треугольника съ срединою основанія?

15. Какъ дѣлитъ эта линія уголъ при вершинѣ?

16. Что можно сказать объ углахъ при основаніи равнобедреннаго треугольника?

17. Какъ великъ уголъ при вершинѣ равнобедреннаго треугольника, если углы при основаніи содержатъ: а) по 56°, б) по 30°?

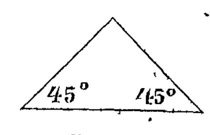


Рис. 74.

18. Какъ великъ каждый уголъ при основаніи равнобедреннаго треугольника, если уголъ при вершинѣ содержитъ: а) 56°? б) 110°?

19. Какъ назовете вы равнобедренный треугольникъ, въ которомъ есть прямой уголъ? (рис. 74). Что можно сказать о катетахъ такого треугольника?

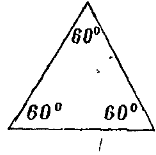


Рис. 75.

20. Какъ велики углы равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника?

21. Какъ называется такой треугольникъ, у котораго всѣ три стороны равны между собою? (рис. 75).

22. Что можно сказать объ углахъ равносторонняго треугольника? Сколько градусовъ содержитъ каждый уголъ равносторонняго треугольника?

23. Сторона равносторонняго треугольника имѣетъ длину 2 фт. 4 дм. Какъ великъ периметръ?

24. Периметръ равносторонняго треугольника содержитъ 14 ар. Какую длину имѣетъ каждая сторона?

б) Построенія.

1. Начертите: а) остроугольный треугольникъ; б) тупоугольный треугольникъ; в) прямоугольный треугольникъ.

2. Начертите равнобедренный остроугольный треугольникъ. (Постройте острый уголъ и отложите поровну на его сторонахъ).

3. Начертите равнобедренный тупоугольный треугольникъ.

4. Начертите равнобедренный прямоугольный треугольникъ.

5. При помощи равнобедреннаго треугольника раздѣлите пополамъ: а) острый уголъ; б) тупой уголъ; в) прямой уголъ. (На сторонахъ угла отложите поровну; изъ вершины построеннаго равнобедреннаго треугольника опустите перпендикуляръ на его основаніе или соедините вершину съ срединою основанія).

6. Начертите равносторонній треугольникъ, сторона котораго была бы длиною въ 5 см.

7. Начертите, на отдѣльномъ листкѣ, равносторонній треугольникъ. Вырѣжьте. Раздѣлите пополамъ каждую сторону. Соедините средины сторонъ прямыми линіями и по этимъ линіямъ согните такъ, чтобы получилась пирамида.

в) Выводы.

1. *Треугольники бываютъ остроугольные, тупоугольные и прямоугольные.*

2. *Треугольники бываютъ разносторонніе, равнобедренные и равносторонніе.*

3. *Линія, соединяющая вершину равнобедреннаго треугольника съ срединою его основанія, перпендикулярна къ основанію и дѣлитъ пополамъ уголъ при вершинѣ.*

4. *Углы при основаніи равнобедреннаго треугольника равны между собою.*

5. *Каждый уголъ равносторонняго треугольника содержитъ 60°.*

ЧЕТЫРЕУГОЛЬНИКИ.

§ 15. Квадратъ.

а) Вопросы.

1. Два равнобедренныхъ прямоугольныхъ треугольника, равныхъ между собою, приложены одинъ къ другому гипотенузами такъ, какъ показано на рис. 76. Какіе углы имѣетъ образовавшійся четыреугольникъ *АБВГ*? (См. § 14, вопросъ № 20). Что можно сказать о длинѣ всѣхъ сторонъ этого четыреугольника?

2. Какъ называется четыреугольникъ, въ которомъ всѣ углы прямые, и всѣ стороны равны между собою?

3. Изъ сколькихъ и изъ какихъ четыреугольниковъ состоитъ поверхность куба?

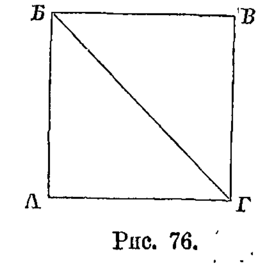


Рис. 76.

4. Какія стороны квадрата параллельны между собою? (См. § 11, вопросъ № 13 или № 12).

5. Какъ называется линія, соединяющая противоположныя вершины квадрата?

6. Какъ дѣлитъ діагональ углы квадрата?

7. Сколько діагоналей можно провести въ квадратѣ? (рис. 77).

8. На сколько треугольниковъ дѣлится квадратъ каждой діагональю? Какіе это треугольники?

9. На сколько треугольниковъ дѣлится квадратъ обѣими діагоналями вмѣстѣ? Какіе это треугольники?

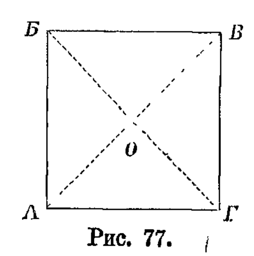


Рис. 77.

10. Что можно сказать о длинѣ обѣихъ діагоналей квадрата?

11. Какіе углы образуютъ между собою діагонали квадрата, и какъ онѣ дѣлятъ другъ друга?

12. Какъ великъ периметръ квадрата, у котораго сторона равна: а) 25 саж.; б) 12 м. 50 см.?

13. Какъ велика сторона квадрата, периметръ котораго равенъ: а) 1 арш.; б) 1 м.?

б) Построенія.

1. Начертите прямой уголъ съ равными сторонами и дополните рисунокъ до квадрата:

а) при помощи наугольника;
б) при помощи циркуля или бумажной полоски.

2. Постройте квадраты, стороны которыхъ имѣли бы длину: а) 2 дм.; б) 6 см.; в) 1 см.

3. Постройте квадратъ, діагональ котораго была бы равна 8 см.

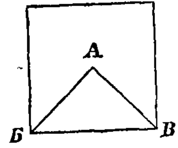


Рис. 78.

4. Постройте квадратъ на гипотенузѣ равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника (рис. 78). Сравните величину этого квадрата съ величиной треугольника.

5. Начертите квадратъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте по діагонали и приложите одинъ кусокъ къ другому такъ, чтобы получился равнобедренный треугольникъ.

6. Начертите квадратъ. Раздѣлите пополамъ всѣ стороны. Средины противоположныхъ сторонъ соедините прямыми линіями (рис. 79). Вырѣжьте квадратъ и согните по этимъ линіямъ. На какія фигуры дѣлится квадратъ этими линіями?

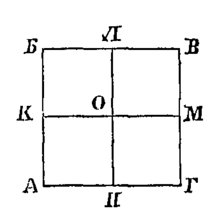


Рис. 79.

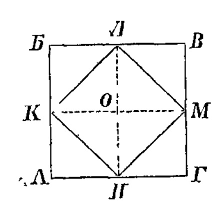
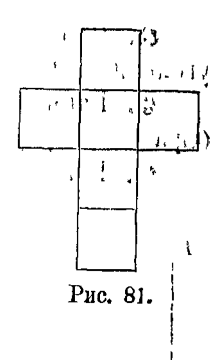


Рис. 80.

7. Начертите квадратъ. Раздѣлите пополамъ всѣ стороны. Средины сторонъ, по порядку, соедините прямыми линіями (рис. 80). Какую фигуру образуютъ эти линіи? Вырѣжьте

квадратъ и согните по этимъ линіямъ. Сравните величину квадрата *КЛМН* съ величиной квадрата *АБВГ*.

8. Начертите шесть одинаковыхъ квадратовъ, расположенныхъ такъ, какъ показано на рис. 81 (сѣтка куба). Вырѣжьте. Согните такъ, чтобы образовался кубъ.


Рис. 81.

в) Выводы.

1. *Квадратъ есть четыреугольникъ, въ которомъ всѣ углы прямые, и всѣ стороны равны между собою. Противоположныя стороны квадрата параллельны.*

2. *Діагональ дѣлитъ квадратъ на два равныхъ треугольника; эти треугольники равнобедренные и прямоугольные.*

3. *Діагонали дѣлятъ пополамъ углы квадрата.*

4. *Діагонали квадрата равны между собою; онѣ перпендикулярны другъ къ другу и дѣлятъ другъ друга пополамъ.*

5. *Обѣ діагонали вмѣстѣ дѣлятъ квадратъ на четыре равныхъ треугольника; эти треугольники равнобедренные и прямоугольные.*

§ 16. Прямоугольникъ.

а) Вопросы.

1. Разностороннія прямоугольные треугольники *АБВ* и *АГВ*, равные между собою, приложены одинъ къ другому гипотенузами такъ, какъ показано на рис. 82. Какіе углы имѣетъ образовавшійся четыреугольникъ *АБВГ*? (См. § 14, вопросъ № 5).

Б В
А Г
Рис. 82.

2. Какъ называется четыреугольникъ, въ которомъ всѣ углы прямые?

3. Что можно сказать о величинѣ и о направленіи противоположныхъ сторонъ прямоугольника?

4. Какую форму имѣетъ листъ бумаги, стѣна комнаты? Укажите еще примѣры прямоугольниковъ.

5. На какіе треугольники дѣлится прямоугольникъ каждой діагональю? (рис. 83).

6. Что можно сказать о длинѣ обѣихъ діагоналей прямоугольника? (Сравните треугольники *АБВ* и *БВГ*).

7. Какъ дѣлятъ другъ друга діагонали прямоугольника? (Сравните треугольники *АОГ* и *БОВ*).

8. Какіе углы образуютъ между собою діагонали прямоугольника?

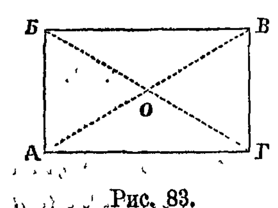


Рис. 83.

9. Какія стороны прямоугольника называются основаніемъ и высотою его? Какъ иначе называются пересѣкающіяся стороны прямоугольника?

10. Какъ великъ периметръ прямоугольника, у котораго длина 9 см., а ширина 5 см.?

11. Въ чемъ сходенъ прямоугольникъ съ квадратомъ, и чѣмъ отличается онъ отъ квадрата?

б) Построенія.

1. Начертите прямой уголъ съ неравными сторонами и дополните рисунокъ до прямоугольника:

а) при помощи наугольника;
б) при помощи циркуля или бумажной полоски.

2. Начертите прямоугольникъ: а) длиною въ 3 дм. и шириною въ 2 дм.; б) длиною въ 8 см. и шириною въ 5 см.

3. Начертите прямоугольникъ, длина котораго 7 см., а периметръ 22 см.

4. Начертите два различныхъ прямоугольника, изъ которыхъ каждый имѣлъ бы периметръ въ 18 см.

5. Начертите два различныхъ прямоугольника, діагонали которыхъ были бы длиною въ 9 см.

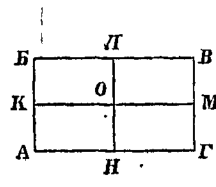


Рис. 84.

6. Начертите прямоугольникъ. Раздѣлите пополамъ всѣ стороны. Средины противоположныхъ сторонъ соедините прямыми линіями (рис. 84). Вырѣжьте прямоугольникъ и согните по этимъ линіямъ. На какія фигуры дѣлится прямоугольникъ этими линіями?

7. Начертите прямоугольникъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте по діагонали и приложите одинъ кусокъ къ другому такъ, чтобы получился равнобедренный треугольникъ.

8. Начертите прямоугольникъ. На одной изъ сторонъ возьмите гдѣ-нибудь точку *О* и соедините ее съ противолежащими вершинами *А* и *Г* (рис. 85). Вырѣжьте прямоугольникъ. Разрѣжьте по линіямъ *АО* и *ГО* и изъ полученныхъ кусковъ составьте два равныхъ между собою треугольника.

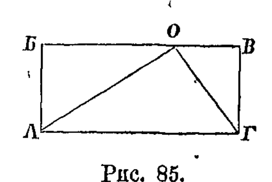
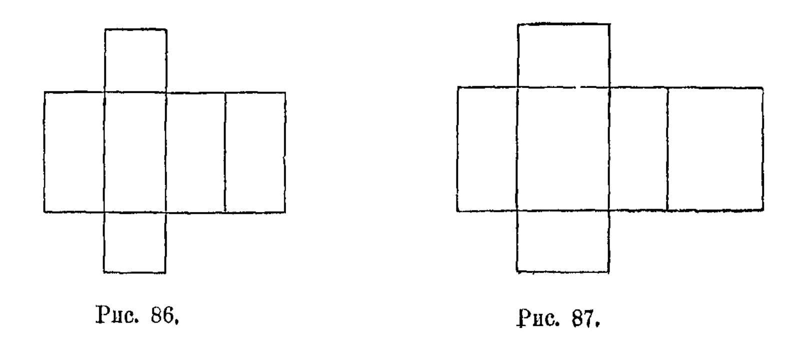


Рис. 85.

9. Начертите: а) сѣтку призмы, основанія которой квадраты (рис. 86); б) сѣтку призмы, основанія которой прямоугольники (рис. 87). Вырѣжьте и согните надлежащимъ образомъ.


Рис. 86. Рис. 87.

в) Выводы.

1. *Прямоугольникомъ называется четыреугольникъ, въ которомъ всѣ углы прямые.*

2. *Противоположныя стороны прямоугольника параллельны и равны между собою.*

3. *Діагональ дѣлитъ прямоугольникъ на два равныхъ прямоугольныхъ треугольника.*

4. *Діагонали прямоугольника равны между собою.*

5. *Діагонали прямоугольника дѣлятъ другъ друга пополамъ.*

§ 17. Ромбъ.

а) Вопросы.

1. Равнобедренные треугольники *АБВ* и *АГВ*, равныя между собою, приложены одинъ къ другому основаніями такъ,

какъ показано на рис. 88. Что можно сказать о величинѣ всѣхъ сторонъ образовавшагося четыреугольника *АБВГ?*

2. Какъ называется четыреугольникъ, у котораго всѣ стороны равны между собою?

3. Что можно сказать о направленіи противоположныхъ сторонъ ромба? (§ 11, вопросъ № 12).

4. Что можно сказать о величинѣ противолежащихъ угловъ ромба?

5. Если продолжить одну изъ сторонъ ромба, напр. *АБ*, то образуется уголъ *ДБВ* (рис. 89). Какіе углы ромба равны углу *ДБВ?* (§ 11, вопросъ № 11). Сколько градусовъ составляютъ вмѣстѣ углы ромба, прилежащіе къ одной и той же сторонѣ?

Рис. 88.

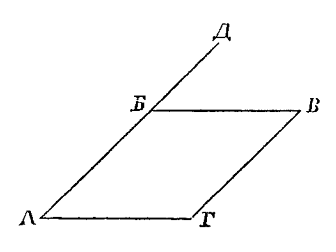


Рис. 89.

6. Одинъ изъ угловъ ромба содержитъ 55°. Какъ велики прочіе углы?

7. Чему равна сумма всѣхъ угловъ ромба?

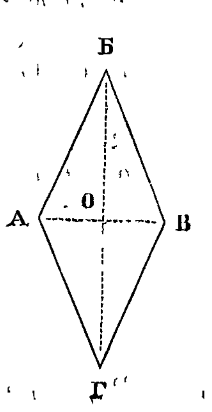


Рис. 90.

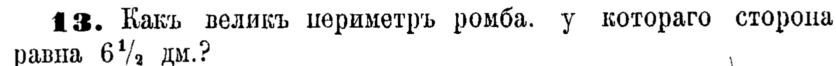
8. На какіе треугольники дѣлится ромбъ каждой діагональю? (рис. 90).

9. Какъ дѣлятъ діагонали ромба его углы?

10. На какіе треугольники дѣлится ромбъ обѣими діагоналями вмѣстѣ? (См. § 13, выводъ № 4, второй признакъ равенства треугольниковъ).

11. Какіе углы образуютъ между собою діагонали ромба, и какъ онѣ дѣлятъ другъ друга?

12. Что называется высотою ромба? основаніемъ ромба? (рис. 91).



13. Какъ великъ периметръ ромба, у котораго сторона равна $6\frac{1}{2}$ дм.?

14. Какъ велика сторона ромба, у котораго периметръ равенъ 1 м 20 см.?

15. Въ чемъ сходенъ ромбъ съ квадратомъ и съ прямоугольникомъ, и чѣмъ онъ отличается отъ нихъ?

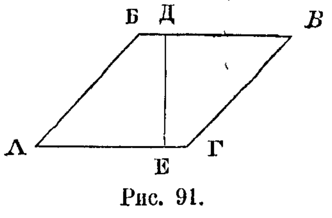


Рис. 91.

б) Построенія.

1. Начертите уголъ въ 60°, отложите поровну на его сторонахъ и дополните рисунокъ до ромба:

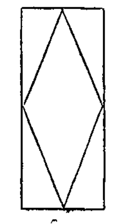
а) при помощи наугольника;
б) при помощи циркуля или бумажной полоски.

2. Постройте два различныхъ ромба, которые имѣли бы стороны длиною по 4 см.

3. Начертите ромбъ, у котораго одна діагональ равна 6 см., другая 4 см.

4. Постройте ромбъ, у котораго основаніе равно 8 см., а высота 6 см. Измѣрьте одинъ изъ угловъ и вычислите другіе.

5. Начертите прямоугольникъ. Раздѣлите пополамъ всѣ стороны. Средины сторонъ, по порядку, соедините прямыми линіями (рис. 92). Какую фигуру образуютъ эти линіи?


Рис. 92.

6. Начертите ромбъ. Вырѣжьте. Согните по діагоналямъ.

7. Начертите ромбъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте перпендикулярно къ основанію (рис. 91). Изъ полученныхъ кусковъ составьте прямоугольникъ, который имѣлъ бы одинаковое съ ромбомъ основаніе и одинаковую высоту.

в) Выводы.

1. *Ромбъ есть четыреугольникъ, всѣ стороны котораго равны между собою.*

2. *Противоположныя стороны ромба параллельны между собою. Противолежащіе углы ромба равны между собою.*

3. *Діагональ дѣлитъ ромбъ на два равныхъ равнобедренныхъ треугольника.*

4. *Діагонали ромба дѣлятъ его углы пополамъ.*

5. *Діагонали ромба перпендикулярны между собою и дѣлятъ другъ друга пополамъ.*

§ 18. Параллелограммъ.

а) Вопросы.

1. Разносторонніе треугольники *АБВ* и *АГВ*, равные между собою, приложены другъ къ другу такъ, какъ показано на рис. 93. Что можно сказать о направленіи противоположныхъ сторонъ образовавшагося четыреугольника *АБВГ*? (§ 11, вопросъ № 12).

2. Какъ называется четыреугольникъ, у котораго противоположныя стороны параллельны между собою?

3. Что можно сказать о величинѣ противоположныхъ сторонъ параллелограмма?

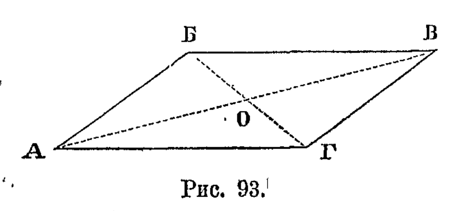


Рис. 93.

4. Что можно сказать о величинѣ противолежащихъ угловъ параллелограмма?

5. Сколько градусовъ составляютъ вмѣстѣ углы параллелограмма, прилежащіе къ одной и той же сторонѣ его? (§ 17, вопросъ № 5).

6. Одинъ изъ угловъ параллелограмма содержитъ 47°. Какъ велики прочіе углы?

7. Чему равна сумма всѣхъ угловъ параллелограмма?

8. На какіе треугольники дѣлится параллелограммъ каждой діагональю?

9. Равны ли между собою всѣ четыре треугольника, на которые дѣлится параллелограммъ обѣими діагоналями вмѣстѣ? Какіе изъ этихъ треугольниковъ равны между собою? (§ 13, выводъ № 4, *б*).

10. Какъ дѣлятъ другъ друга діагонали параллелограмма?

11. Что называется высотою и основаніемъ параллелограмма? (§ 17, вопросъ № 12).

12. Смежныя стороны параллелограмма имѣютъ такую длину: одна 4 сж. 2 ар., другая 3 сж. 1 ар. Какъ великъ периметръ?

13. Въ чемъ сходенъ параллелограммъ съ прямоугольникомъ, ромбомъ и квадратомъ, и чѣмъ онъ отличается отъ нихъ?

б) Построенія.

1. Начертите острый или тупой уголъ съ неравными сторонами и дополните рисунокъ до параллелограмма:

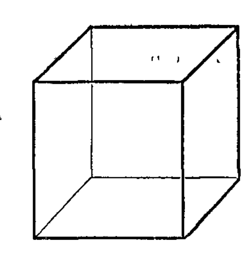
а) при помощи наугольника;
б) при помощи циркуля или бумажной полоски.

2. Постройте два различныхъ параллелограмма, изъ которыхъ каждый имѣлъ бы периметръ въ 24 см., а основаніе въ 8 см.

3. Постройте два различныхъ параллелограмма, изъ которыхъ каждый имѣлъ бы такія діагонали: одну въ 7 см., другую въ 5 см.

4. Постройте два различныхъ параллелограмма, изъ которыхъ каждый имѣлъ бы основаніе въ 8 см., а высоту въ 6 см.

5. Начертите квадратъ, прямоугольникъ, ромбъ и параллелограммъ, такъ чтобы всѣ эти фигуры имѣли одинаковый периметръ: въ 20 см.


Рис. 94.

6. Начертите параллелограммъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте перпендикулярно къ основанію и изъ полученныхъ кусковъ составьте прямоугольникъ. Сравните основаніе и высоту этого прямоугольника съ основаніемъ и высотою параллелограмма.

7. Начертите квадратъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте по діагонали и изъ полученныхъ двухъ треугольниковъ составьте параллелограммъ. Сдѣлайте то же самое съ прямоугольникомъ.

8. Начертите кубъ такъ, какъ показано на рис. 94: передняя и задняя грани изображены квадратами, а прочія грани — параллелограммами.

в) Выводы.

1. *Параллелограммъ есть четыреугольникъ, у котораго противоположныя стороны параллельны.*

2. *Противоположныя стороны параллелограмма равны между собою. Противолежащіе углы параллелограмма равны между собою.*

3. *Діагональ дѣлитъ параллелограммъ на два равныхъ треугольника.*

4. *Діагонали параллелограмма дѣлятъ другъ друга пополамъ.*

5. *У квадрата, прямоугольника и ромба противоположныя стороны параллельны. Эти фигуры также могутъ быть названы параллелограммами:*

а) Ромбъ есть параллелограммъ съ равными сторонами.

б) Прямоугольникъ есть параллелограммъ съ прямыми углами.

в) Квадратъ есть параллелограммъ съ прямыми углами и съ равными сторонами.

§ 19. Трапеція.

а) Вопросы.

1. Какъ называется четыреугольникъ, въ которомъ параллельны только двѣ стороны? (рис. 95).

2. Какія стороны трапеціи называются основаніями ея? Что называется высотой трапеціи?

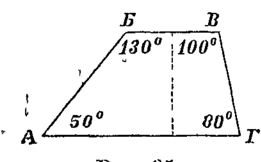


Рис. 95.

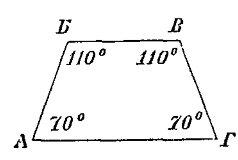


Рис. 96.

3. Какъ называются непараллельныя стороны трапеціи?

4. Что можно сказать объ углахъ трапеціи, прилежащихъ къ одной и той же боковой сторонѣ? (§ 17, вопросъ № 5).

5. Чему равна сумма всѣхъ угловъ трапеціи?

6. Какъ называется трапеція, у которой боковыя стороны равны между собою? (рис. 96).

7. Что можно сказать объ углахъ равнобедренной трапеціи, прилежащихъ къ тому и другому основанію ея?

8. Сколько прямыхъ угловъ можетъ имѣть трапеція? (рис. 97). Какая сторона такой трапеціи будетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и высотой ея?

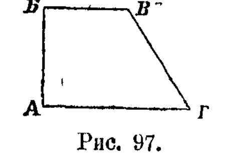


Рис. 97.

9. Какъ называется линія, соединяющая средины боковыхъ сторонъ трапеціи? (рис. 98).

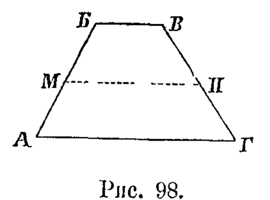


Рис. 98.

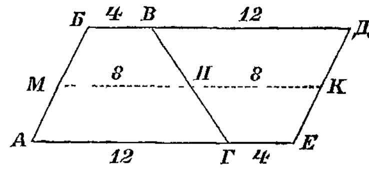


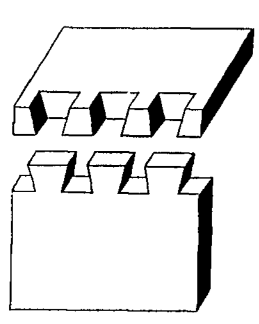
Рис. 99.

10. Двѣ одинаковыхъ трапеціи *АБВГ* и *ГВДЕ* приложены другъ къ другу такъ, какъ показано на рис. 99. Какой четыреугольникъ образуютъ онѣ вмѣстѣ? Сравните удвоенную среднюю линію трапеціи *МК* съ суммою параллельныхъ сторонъ трапеціи. Какъ велика средняя линія трапеціи сравнительно съ суммою параллельныхъ сторонъ ея? Что можно сказать о направленіи средней линіи трапеціи?

11. Одна изъ параллельныхъ сторонъ трапеціи равна 65 саж., другая 35 саж. Какъ велика средняя линія?

12. Средняя линія трапеціи имѣетъ длину 20 м., одна изъ параллельныхъ сторонъ 15 м. Какова длина другой параллельной стороны?

13. На рис. 100 изображены шипы и гнѣзда, при помощи которыхъ соединяются стѣнки ящиковъ. Какое очертаніе имѣютъ эти шипы и гнѣзда?


Рис. 100.

14. Какую форму имѣютъ подоконники въ каменныхъ домахъ? поперечные разрѣзы канавъ и насыпей? Укажите еще примѣры трапецій.

б) Построенія.

1. Начертите равносторонній треугольникъ. Проведите линію параллельно одной изъ сторонъ такъ, чтобы она пересѣкала треугольникъ. Какъ велики углы полученной трапеціи?

2. Начертите трапецію, у которой параллельныя стороны имѣли бы такую длину: одна 7 см., другая 5 см. Раздѣлите пополамъ боковыя стороны и соедините ихъ. Измѣрьте среднюю линію и сравните ее съ суммою параллельныхъ сторонъ.

3. Въ трапеціи съ двумя прямыми углами параллельныя стороны имѣютъ длину: одна 3 м., другая 2 м.; а разстояніе между ними 1 м. Начертите эту трапецію, уменьшивъ данныя линіи въ 50 разъ.

4. Начертите параллелограммъ и проведите прямую, которая раздѣлила бы его на двѣ равныя трапеціи (рис. 99).

5. То же самое сдѣлайте съ прямоугольникомъ.

в) Выводы.

1. *Трапеція есть четыреугольникъ, въ которомъ параллельны только двѣ стороны.*

2. *Средняя линія трапеціи параллельна ея основаніямъ и равна полусуммѣ ихъ.*

§ 20. Четыреугольникъ вообще.

а) Вопросы.

1. Сколько діагоналей можно провести во всякомъ четыреугольникѣ? (рис. 101).

2. На какія фигуры дѣлится четыреугольникъ каждой діагональю?

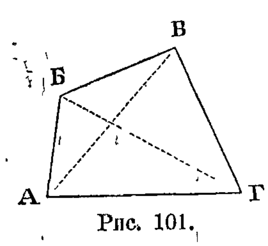


Рис. 101.

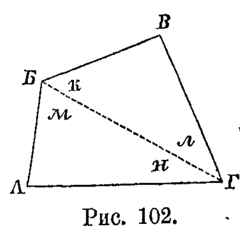


Рис. 102.

3. Діагональ дѣлитъ противолежащіе углы четыреугольника на такія части: $к = 50^0$, $м = 70^0$, $л = 35^0$ и $н = 30^0$ (рис. 102). Какъ великъ каждый уголъ этого четыреугольника?

4. Чему равна сумма всѣхъ угловъ всякаго четыреугольника?

б) Построенія.

1. Начертите какой-нибудь треугольникъ и проведите прямую линію, которая отсѣкала бы отъ него четыреугольникъ, не имѣющій параллельныхъ сторонъ.

2. Діагональ четыреугольника, равная 10 см., дѣлитъ его на два треугольника, изъ которыхъ одинъ имѣетъ высоту въ 6 см., а другой—въ 5 см. (рис. 103). По этимъ даннымъ постройте два различныхъ четыреугольника.

3. Начертите двѣ перпендикулярныя прямыя и по обѣ стороны отъ точки ихъ пересѣченія отложите: на одной изъ нихъ равныя части, на другой—неравныя. Соедините концы отложенныхъ частей (рис. 104). Полученный четыреугольникъ будетъ ли имѣть параллельныя стороны? Будутъ ли въ немъ равныя стороны? Будутъ ли равные углы?

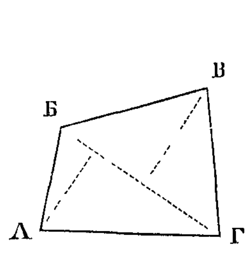


Рис. 103.

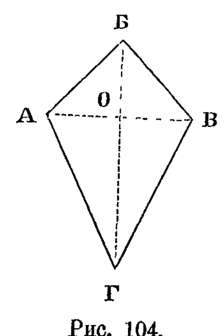


Рис. 104.

4. Начертите четыреугольникъ безъ параллельныхъ сторонъ, въ которомъ былъ бы одинъ прямой уголъ.

5. Начертите прямоугольникъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте по діагонали. Изъ полученныхъ треугольниковъ составьте четыреугольникъ, въ которомъ не было бы параллельныхъ сторонъ. Сколько прямыхъ угловъ имѣетъ этотъ четыреугольникъ?

в) Выводъ.

Сумма угловъ всякаго четыреугольника равна четыремъ прямымъ угламъ, или 360^0.

МНОГОУГОЛЬНИКИ И КРУГЪ.

§ 21. Многоугольникъ.

а) Вопросы.

1. Въ треугольникѣ *АБВ* соединены точки *Д* и *Е*, потомъ точки *Ж* и *З*, затѣмъ точки *К* и *Л* (рис. 105). Какая получится фигура, если отнять треугольникъ *ВЕД?* еще отнять треугольникъ *ЖАЗ?* еще отнять треугольникъ *КБЛ?*

2. Сколько сторонъ имѣетъ пятиугольникъ, шестиугольникъ? и т. д.

3. Сколько діагоналей можно провести изъ одной вершины пятиугольника? (рис. 106). На сколько треугольниковъ раздѣлится пятиугольникъ этими діагоналями?

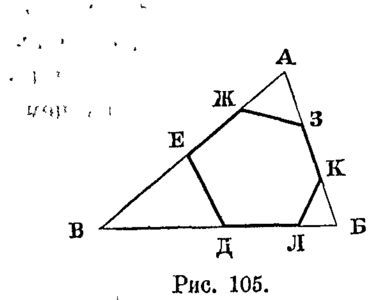


Рис. 105.

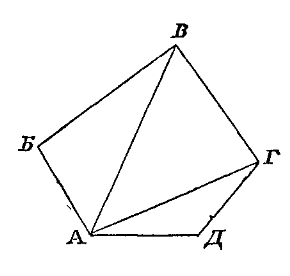


Рис. 106.

4. Сколько діагоналей можно провести изъ одной вершины шестиугольника? восьмиугольника? На сколько треугольниковъ раздѣлятся тогда эти многоугольники?

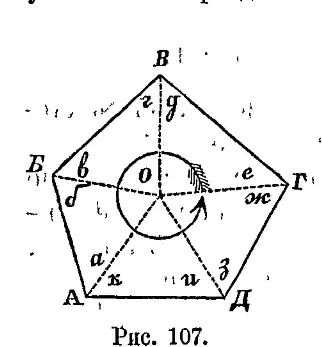


Рис. 107.

5. Внутри пятиугольника взята точка *О* и соединена со всѣми вершинами (рис. 107). На сколько треугольниковъ раздѣлился пятиугольникъ? На сколько треугольниковъ раздѣлился бы шестиугольникъ? десятиугольникъ?

6. Изъ какихъ угловъ этихъ треугольниковъ составится сумма угловъ пятиугольника? Какіе углы треугольниковъ не войдутъ въ эту сумму? Чему равна сумма угловъ пятиугольника?

7. Какъ велика сумма угловъ шестиугольника? восьмиугольника? десятиугольника?

б) Построенія.

1. Начертите какой-нибудь пятиугольникъ, какой-нибудь шестиугольникъ.

2. Постройте пятиугольникъ по слѣдующимъ даннымъ (рис. 108). Діагональ $АВ = 7$ см. Перпендикуляры, опущенные на нее изъ вершинъ, имѣютъ такую длину: $ДЕ = 3$ см.; $БО = 2$ см.; $ГК = 1$ см. 5 мм. Разстоянія перпендикуляровъ отъ точки *А* таковы: $АЕ = 2$ см.; $АО = 4$ см. 5 мм.; $АК = 6$ см.

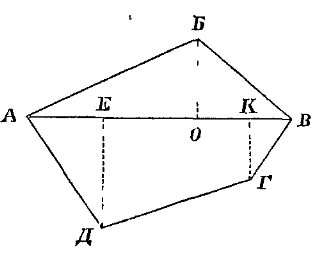


Рис. 108.

в) Выводы.

1. *Прямолинейная фигура, имѣющая болѣе четырехъ сторонъ, называется вообще многоугольникомъ.*

2. *Сумма угловъ многоугольника равна двумъ прямымъ угламъ (180°), повтореннымъ столько разъ, сколько сторонъ, за вычетомъ четырехъ прямыхъ угловъ (360°).*

§ 22. Симметричныя фигуры.

а) Вопросы.

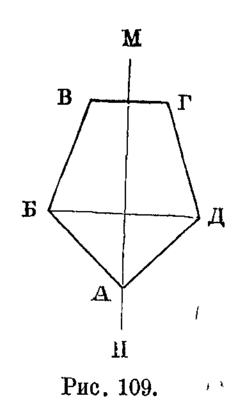
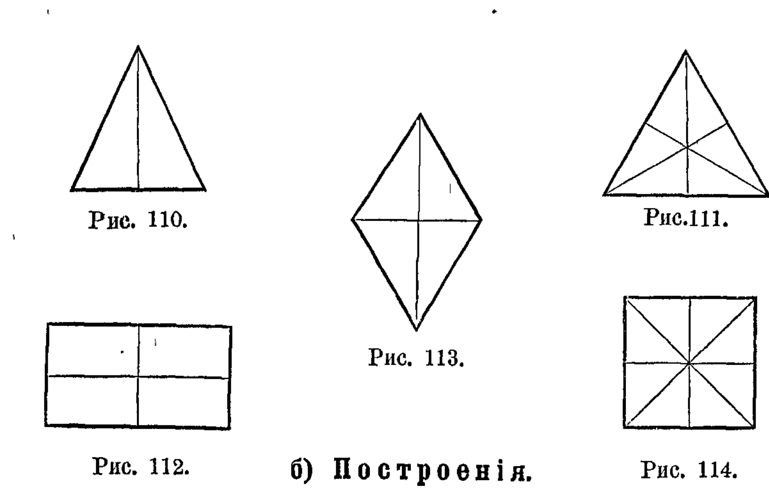


Рис. 109.

1. У фигуры *АБВГД* (рис. 109) вершины *В* и *Г* лежатъ на линіи, перпендикулярной къ прямой *МН*, и на равныхъ отъ нея разстояніяхъ; точно такъ же расположены вершины *Б* и *Д*. Если перегнуть фигуру по линіи *МН*, совпадутъ ли тѣ части, на которыя фигура дѣлится этой линіей? Какъ называется такая фигура относительно линіи *МН?* Какъ называется линія *МН?*

2. Какіе треугольники симметричны? Сколько осей симметріи имѣетъ равнобедренный треугольникъ? равносторонній треугольникъ? (рис. 110 и 111).

3. Сколько осей симметріи имѣетъ прямоугольникъ? ромбъ? квадратъ? (рис. 112, 113 *и* 114).


Рис. 110. Рис. 111. Рис. 112. Рис. 113. Рис. 114.

б) Построенія.

1. Проведите прямую *МН* и постройте четыреугольникъ, симметричный относительно этой линіи, такъ чтобы двѣ вершины лежали на оси (рис. 115). Когда вершины *А* и *В* уже нанесены, то какъ надо взять вершины *Б* и *Г*, чтобы получился ромбъ? чтобы получился квадратъ?

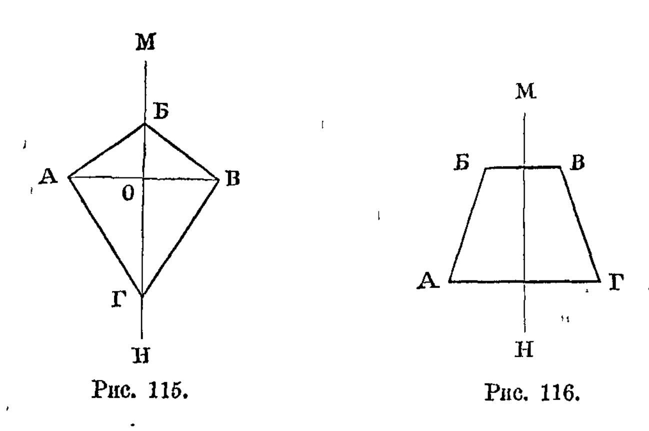


Рис. 115. Рис. 116.

2. Проведите прямую *МН* и постройте четыреугольникъ, симметричный относительно этой линіи, такъ чтобы ни одна вершина не лежала на оси (рис. 116). Какъ надо сдѣлать построеніе, чтобы получился прямоугольникъ? чтобы получился квадратъ?

3. Начертите пятиугольникъ, симметричный относительно линіи *МН* (рис. 117). Сколько паръ равныхъ угловъ и равныхъ сторонъ долженъ имѣть такой пятиугольникъ? Сколько угловъ и сколько сторонъ дѣлятся осью пополамъ?

4. Постройте шестиугольникъ, симметричный относительно линіи *МН,* такъ чтобы ни одна вершина не лежала на оси (рис. 118). Сколько паръ равныхъ угловъ и равныхъ сторонъ долженъ имѣть такой шестиугольникъ? Какія стороны его должны быть параллельны? Какъ дѣлятся эти стороны осью?

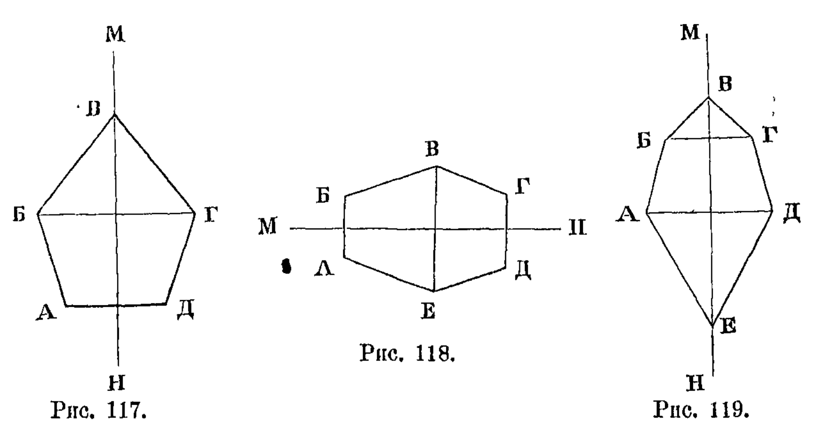
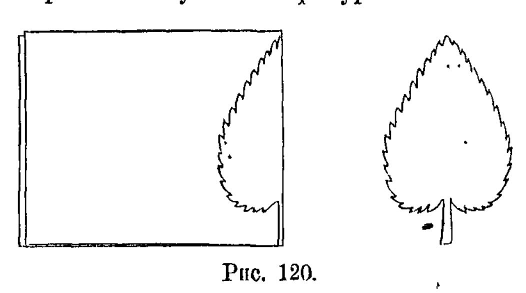


Рис. 117. Рис. 118. Рис. 119.

5. Постройте шестиугольникъ, симметричный относительно линіи *МН,* такъ чтобы двѣ вершины лежали на оси (рис. 119). Сколько паръ равныхъ угловъ и равныхъ сторонъ долженъ имѣть такой шестиугольникъ? Сколько угловъ дѣлятся осью пополамъ?

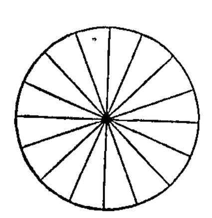
6. Согните вдвое листокъ бумаги. У сгиба нарисуйте половинку листа какого-нибудь дерева (рис. 120—листъ розоваго куста). Вырѣжьте. Разогните. Относительно какой линіи будетъ симметрична полученная фигура?

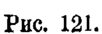

Рис. 120.

в) Выводъ.

Фигура называется симметричной относительно прямой линіи, если при сгибаніи по ней совпадутъ обѣ части, на которыя фигура дѣлится этой линіей. Линія эта называется осью симметріи.

§ 23. Кругъ.




Рис. 121.

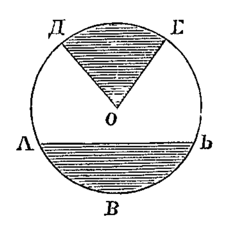
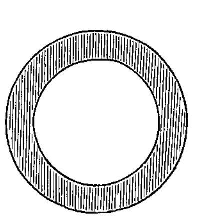


Рис. 122.


Рис. 123.

а) Вопросы.

1. Какъ называется плоская поверхность, ограниченная окружностью?

2. Сколько осей симметріи имѣетъ кругъ? (рис. 121).

3. Чѣмъ ограничена часть круга *АВБ*, называемая круговымъ отрѣзкомъ (сегментъ)? (рис. 122).

4. Чѣмъ ограничена часть круга *ДОЕ*, называемая круговымъ вырѣзкомъ (секторъ)? (рис. 122).

5. Какіе круги называются концентрическими? (рис. 123).

6. Чѣмъ ограничена фигура, называемая круговымъ кольцомъ? (рис. 123).

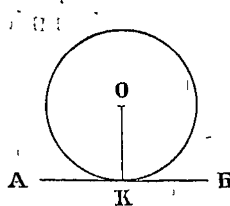


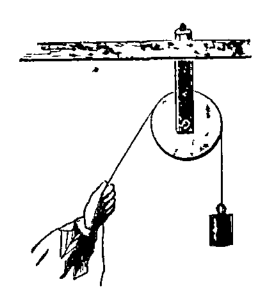
Рис. 124.

7. Когда прямая линія и окружность называются касательными другъ къ другу? Какъ называется общая точка ихъ? (рис. 124).

8. Колесо катится по прямой линіи. Какою будетъ эта линія относительно окружности колеса?

9. Черезъ блокъ перекинута веревка съ грузомъ. Какими линіями относительно окружности блока будутъ прямыя части веревки? (рис. 125).

10. Какая точка касательной *АБ* ближе всего къ центру круга? (рис. 124). Какіе углы образуетъ касательная съ радіусомъ, проведеннымъ въ точку касанія?


Рис. 125.

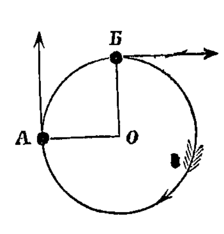


Рис. 126.

11. Если къ одному концу нитки привязать гирьку и быстро вращать нитку около другого конца, то какую кривую линію будетъ описывать гирька? (рис. 126). Если нитка оборвется въ то время, когда гирька находится въ точкѣ *А* или въ точкѣ *Б*, по какому направленію полетитъ гирька?

12. Когда двѣ окружности называются касательными другъ къ другу?

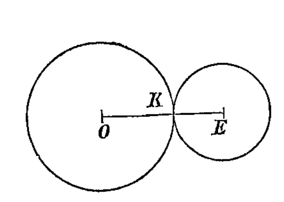


Рис. 127.

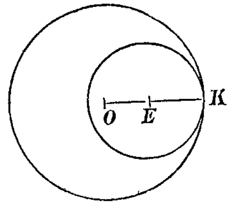


Рис. 128.

13. Какъ расположены центры круговъ и точка касанія, когда круги касаются другъ друга извнѣ (рис. 127); когда круги касаются изнутри? (рис. 128).

б) Построенія.

1. Начертите кругъ. Возьмите на его окружности точку *К* и проведите черезъ нее прямую, касательную къ кругу.

2. Проведите прямую *АБ*. Возьмите на ней точку *К* и радіусомъ въ 1 см. 5 мм. опишите окружность, касательную къ *АБ* въ точкѣ *К* (рис. 124).

3. Начертите двѣ концентрическихъ окружности.

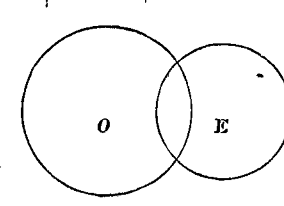


Рис. 129.

4. Начертите двѣ пересѣкающихся окружности (рис. 129).

5. Опишите окружность радіусомъ въ 3 см. Возьмите на ней точку *K*. Опишите другую окружность радіусомъ въ 2 см., которая касалась бы первой окружности въ точкѣ *K:* а) извнѣ (рис. 127); б) изнутри (рис. 128).

6. Начертите слѣдующія восемь фигуръ, въ увеличенномъ видѣ, каждую на отдѣльной страницѣ тетради (рис. 130).

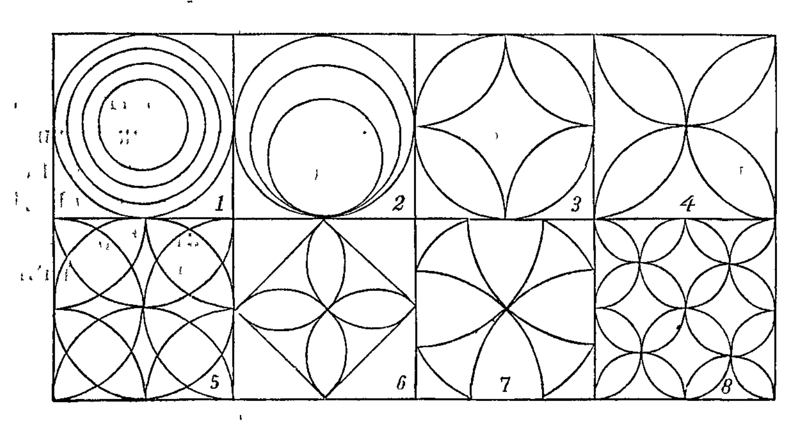


Рис. 130.

7. Начертите двѣ параллельныя прямыя и проведите линію *AB*, къ нимъ перпендикулярную. Принимая *AB* за діаметръ, опишите полуокружность, какъ показано на рис. 131.

8. Сдѣлайте рисунокъ рѣшотки (рис. 132).

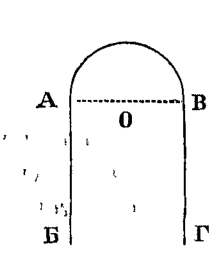


Рис. 131.

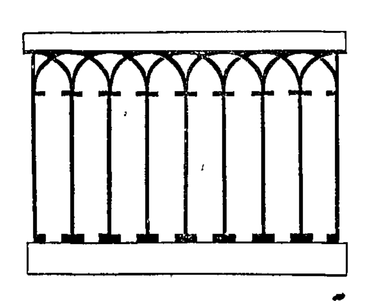


Рис. 132.

9. Начертите спираль, изображенную на рис. 133.

10. Постройте овалъ, изображенный на рис. 134. (Начертите два равныхъ круга такъ, чтобы центръ одного лежалъ на окружности другого. Черезъ точки пересѣченія окружностей *А* и *Б* проведите діаметры. Изъ точекъ *А* и *Б* опишите дуги *МН* и *КЛ* радіусомъ, равнымъ діаметру круговъ).

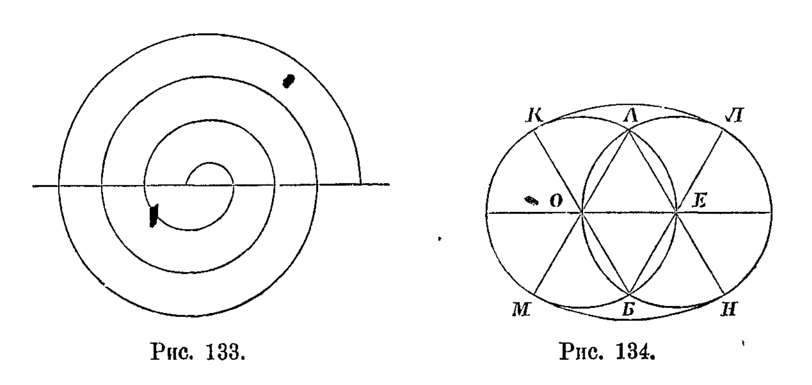


Рис. 133.

Рис. 134.

11. Начертите эллипсисъ (рис. 135). (Прикрѣпите къ булавкамъ концы нитки. Воткните булавки въ какихъ-нибудь точкахъ $Ф_1$ и $Ф_2$, разстояніе между которыми меньше

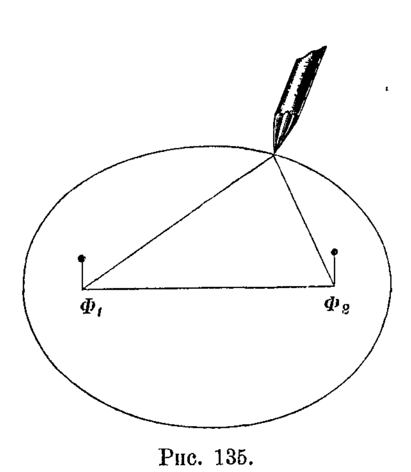


Рис. 135.

длины нитки. Натяните нитку остріемъ карандаша и ведите его по бумагѣ такъ, чтобы нитка все время была натянута. Спачала начертите половину кривой, лежащую по одну сторону линіи $Ф_1$ $Ф_2$, потомъ—по другую).

в) Выводы.

1. *Кругъ есть плоская поверхность, ограниченная окружностью.*

2. *Касательная перпендикулярна къ радіусу, проведенному въ точку касанія.*

3. *Когда два круга касаются одинъ другого, оба центра и точка касанія лежатъ на одной прямой линіи.*

§ 24. Правильные многоугольники.

а) Вопросы.

1. Окружность раздѣлена на равныя части, и точки дѣленія соединены, по порядку, прямыми линіями (рис. 136). Что можно сказать о величинѣ всѣхъ сторонъ полученнаго многоугольника *АБВГД?* (§ 6, вопросъ № 13). Что можно сказать о треугольникахъ, на которые разбивается многоугольникъ радіусами, идущими въ его вершины? (§ 13, выводъ № 4, *в*). Что можно сказать объ углахъ многоугольника *АБВГД?* (§ 14, выводъ № 4).

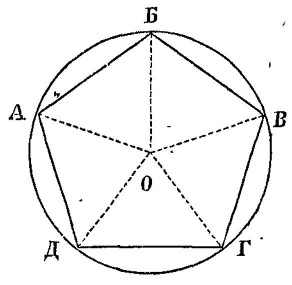


Рис. 136.

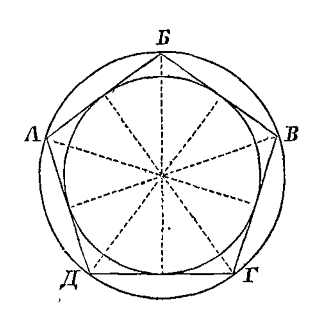


Рис. 137.

2. Какъ называется многоугольникъ съ равными сторонами и равными углами?

3. Какимъ треугольникомъ можно назвать равносторонній треугольникъ? Какимъ четыреугольникомъ можно назвать квадратъ?

4. Какъ называется многоугольникъ относительно круга, окружность котораго проходитъ черезъ вершины многоугольника? Какъ называется кругъ относительно этого многоугольника?

5. Изъ центра круга, описаннаго около правильнаго многоугольника, опущены перпендикуляры на его стороны (рис. 137). Какъ раздѣлили они стороны многоугольника? (§ 14, выводъ № 3). Что можно сказать о величинѣ всѣхъ этихъ перпендикуляровъ?

6. Если изъ того же центра описать другой кругъ радіусомъ, равнымъ одному изъ этихъ перпендикуляровъ, то второй кругъ коснется всѣхъ сторонъ многоугольника (рис. 137). Почему? (§ 23, выводъ № 2).

7. Какъ называется многоугольникъ относительно круга, который касается всѣхъ сторонъ многоугольника? Какъ называется кругъ относительно этого многоугольника?

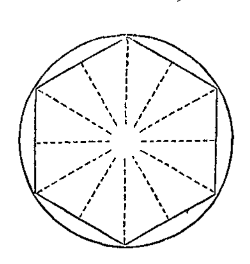


Рис. 138.

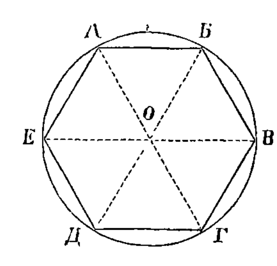
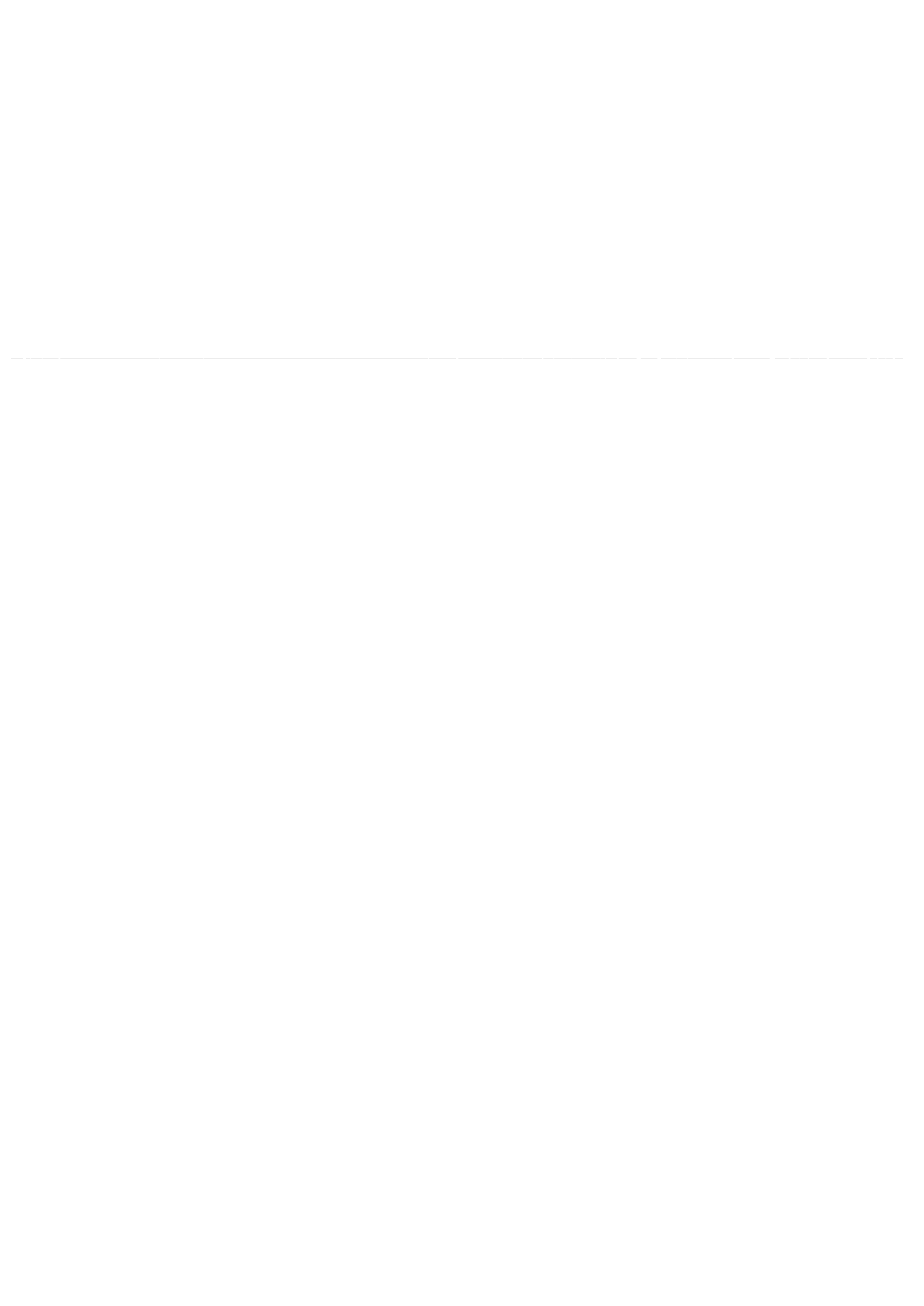


Рис. 139.

8. Въ какой точкѣ пересѣкаются всѣ линіи, дѣлящія пополамъ углы правильнаго многоугольника? Въ какой точкѣ пересѣкаются всѣ перпендикуляры, возстановленные изъ срединъ сторонъ правильнаго многоугольника?

9. Сколько осей симметріи имѣетъ правильный пятиугольникъ? (рис. 137). Правильный шестиугольникъ? (рис. 138).

10. Правильный вписанный шестиугольникъ раздѣленъ на треугольники діагоналями, проходящими черезъ центръ (рис. 139). Какъ велики углы этихъ треугольниковъ, расположенные вокругъ центра? Каковы прочіе углы каждаго треугольника? Каковъ каждый изъ этихъ треугольниковъ? Какъ велика сторона правильнаго вписаннаго шестиугольника сравнительно съ радіусомъ круга?



концовъ его опишите дуги радіусомъ, равнымъ радіусу даннаго круга (рис. 153).

9. Раздѣлите окружность на 12 равныхъ частей: проведите два перпендикулярныхъ между собою діаметра и изъ концовъ ихъ опишите дуги радіусомъ, равнымъ радіусу данной окружности (рис. 154).

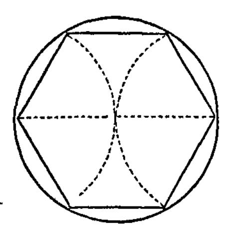


Рис. 153.

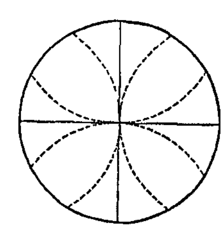


Рис. 154.

10. Начертите кругъ и впишите въ него правильный треугольникъ: раздѣлите окружность на 6 равныхъ частей и точки дѣленія соедините черезъ одну (рис. 156).

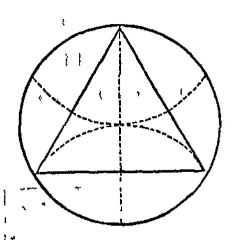


Рис. 155.

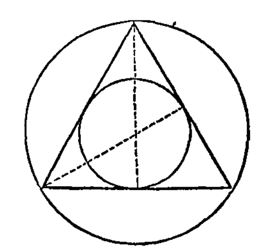


Рис. 156.

11. Начертите правильный (равносторонній) треугольникъ. Опишите около него кругъ. Впишите въ него кругъ (рис. 156). (Раздѣлите пополамъ два угла или проведите двѣ высоты).

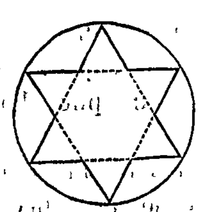


Рис. 157.

Рис. 158.

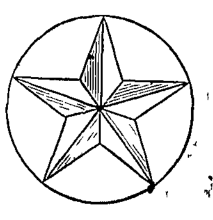


Рис. 159.

12. Начертите шестиконечную звѣзду (рис. 157): раздѣлите окружность на 6 равныхъ частей и всѣ точки дѣленія соедините черезъ одну.

13. Начертите пятиконечную звѣзду (рис. 158): раздѣлите окружность на 5 равныхъ частей и точки дѣленія соедините черезъ одну. (См. § 6, построеніе № 3).

14. Покройте чертежъ штрихами такъ, какъ показано на рис. 159).

15. Постройте слѣдующія четыре фигуры:

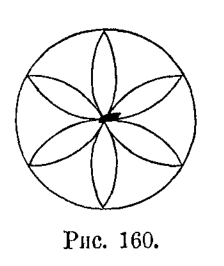


Рис. 160.

Рис. 161.

Рис. 162.

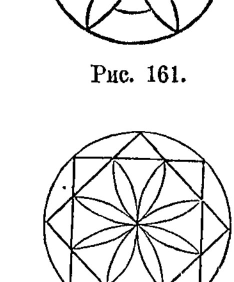


Рис. 163.

в) Выводы.

1. *Многоугольникъ съ равными сторонами и равными углами называется правильнымъ многоугольникомъ.*

2. *Если раздѣлить окружность на равныя части и соединить точки дѣленія, то образуется правильный многоугольникъ.*

3. *Линіи, дѣлящія пополамъ углы правильнаго многоугольника, и перпендикуляры, возстановленные изъ срединъ сторонъ его, всѣ пересѣкаются въ одной точкѣ. Эта точка есть общій центръ двухъ круговъ, изъ которыхъ одинъ можетъ быть описанъ около правильнаго многоугольника, а другой вписанъ въ него.*

4. *Сторона правильнаго вписаннаго шестиугольника равна радіусу круга.*

ПОДОБІЕ ФИГУРЪ.

§ 25. Отношеніе линій.

а) Вопросы.

1. Длина комнаты 12 ар., ширина 6 ар. Какъ велико отношеніе длины къ ширинѣ? отношеніе ширины къ длинѣ?

2. Чему равно отношеніе: а) аршина къ вершку? б) вершка къ аршину? в) метра къ сантиметру? г) миллиметра къ сантиметру?

3. Какъ найти отношеніе высоты окна къ ширинѣ его? Найдите.

4. На одной прямой, отъ *А* до *Б*, отложено 7 равныхъ частей; на другой прямой, отъ *В* до *Г*, отложено 4 такихъ же части (рис. 164). Каково отношеніе линіи *АБ* къ линіи *ВГ*? Каково отношеніе линіи *ВГ* къ линіи *АБ*?

Рис. 164.

5. Чему равно (приблизительно) отношеніе окружности къ діаметру? (§ 6, выводъ № 2).

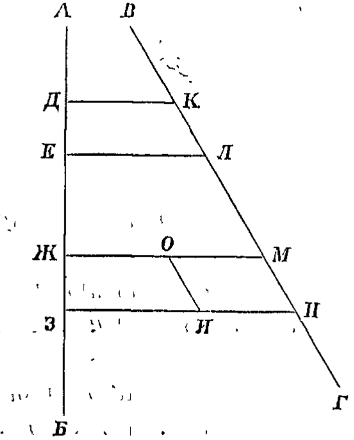


Рис. 165.

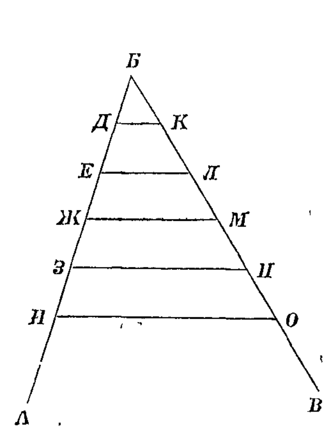


Рис. 166.

6. Прямыя *АБ* и *ВГ* (рис. 165) пересѣчены двумя парами параллельныхъ линій: *ДК* и *ЕЛ*, *ЖМ* и *ЗН*. Если равны между собою отрѣзки *ДЕ* и *ЖЗ*, отсѣкаемые параллелями на линіи *АБ*, то что можно сказать объ отрѣзкахъ

КЛ и *МН*, отсѣкаемыхъ тѣми же параллелями на прямой *ВГ*? (Вообразите, что четыреугольникъ *ЕДКЛ* движется такъ, что сторона *ДЕ* скользитъ по *АБ* и совпадаетъ съ *ЖЗ*. Какое положеніе приметъ сторона *КЛ*? Какимъ четыреугольникомъ будетъ фигура *ИОМН*?)

7. На сторонѣ *БА* угла *АБВ* (рис. 166) отложены равныя между собою части, и изъ концовъ ихъ, въ какомъ-нибудь направленіи, проведены параллельныя линіи. Какія части образуются на другой сторонѣ угла?

8. Какъ велико отношеніе линіи *БИ* къ *БД* и *БО* къ *БК*? (рис. 166). Каково отношеніе *БЕ* къ *БИ* и *БЛ* къ *БО*? Каково отношеніе *БИ* къ *ЕИ* и *БО* къ *ЛО*?

б) Построенія.

1. Начертите двѣ прямыхъ линіи, изъ которыхъ одна составляла бы $^3/_4$ другой.

2. Постройте прямоугольникъ, у котораго отношеніе длины къ ширинѣ было бы равно $^5/_2$.

3. Постройте треугольникъ, стороны котораго относились бы между собою, какъ 2 : 3 : 4.

в) Выводъ.

Отношеніемъ двухъ линій называется число, показывающее, во сколько разъ одна линія больше другой, или какую часть одной линіи составляетъ другая.

§ 26. Подобныя фигуры.

а) Вопросы.

1. Многоугольники, изображенные на рис. 167, имѣютъ попарно равные углы; всѣ стороны, къ которымъ прилежатъ равные углы, находятся въ одномъ и томъ же отношеніи. Какъ называются такіе многоугольники? Какія стороны подобныхъ многоугольниковъ называются сходственными?

2. Стороны многоугольника *АБВГД* (рис. 167) имѣютъ такую длину: *АБ* = 24 верш.; *БВ* = 20 верш.; *ВГ* = 27 верш.; *ГД* = 18 верш.; *ДА* = 23 верш. Сторона *аб* подобнаго многоугольника, сходственная сторонѣ *АБ*, равна 12 верш. Какую длину имѣютъ прочія стороны многоугольника *абвгд*?

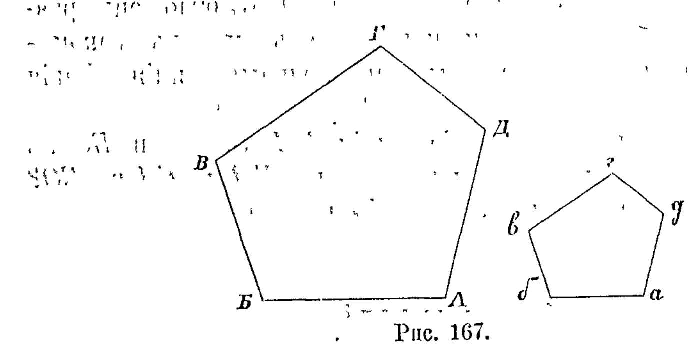


Рис. 167.

3. Отъ треугольника *АБВ* отсѣченъ треугольникъ *ДБО* линіей *ДО*, параллельной сторонѣ *АВ* (рис. 168). Что можно сказать объ углахъ треугольниковъ *АБВ* и *ДБО*? Сторона *АБ* раздѣлена на 5 равныхъ частей; сторона *ДБ* содержитъ 3 такихъ части. Каково отношеніе *АБ* къ *ДБ*? Изъ точекъ дѣленія проведены линіи, параллельныя *АВ* и параллельныя *БВ*. На сколько и на какія части раздѣлилась сторона *БВ*? Сколько такихъ частей содержитъ сторона *БО*? Каково отношеніе *БВ* къ *БО*? На сколько и на какія части раздѣлилась сторона *АВ*? Сколько такихъ частей содержитъ сторона *ДО*? Каково отношеніе *АВ* къ *ДО*?

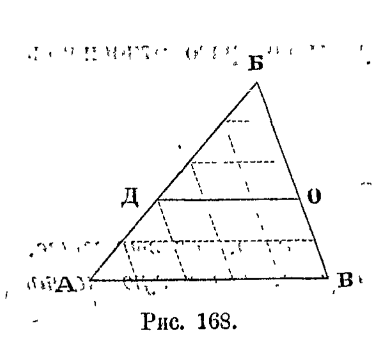


Рис. 168.

4. Какой треугольникъ отсѣкаетъ отъ даннаго треугольника линія, параллельная одной изъ сторонъ его?

5. Треугольники *АБВ* и *абв* (рис. 169) имѣютъ попарно равные углы. Если на большій треугольникъ наложить меньшій такъ, чтобы онъ принялъ положеніе *ДБО*, то линія *ДО* будетъ параллельна *АВ*. Почему? Что можно сказать о треугольникахъ *АБВ* и *абв*, у которыхъ углы попарно равны? Какія стороны будутъ сходственными?

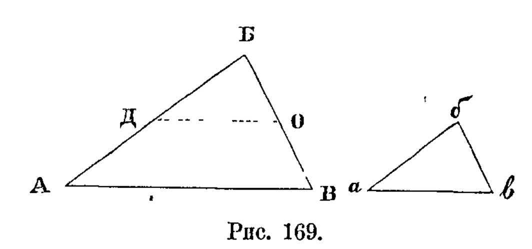


Рис. 169.

6. Если мы знаемъ, что прямоугольные треугольники *АБВ* и *абв* (рис. 170) имѣютъ по равному острому углу, напр. *В* и *в*, то можемъ сказать, что такіе треугольники подобны. Почему?

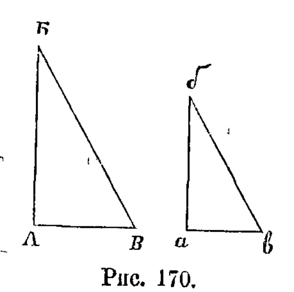


Рис. 170.

7. Въ одно и то же время дня тѣнь *АО* отъ башни имѣетъ длину 27 арш., а тѣнь *ве* отъ поставленной отвѣсно палки равна 3 арш. (рис. 171). Вышина палки *вг* = 4 арш. Какъ велика высота башни?

8. Чтобы опредѣлить высоту дерева *АБ*, поставили отвѣсно палку *ВГ* и легли на спину на продолженіи линіи *АВ* такъ, чтобы глазъ *О* видѣлъ верхушку дерева и верхушку палки на одной прямой линіи (рис. 172). Измѣрили высоту палки и разстоянія отъ дерева и отъ палки до глаза. Если *АО* = 25 арш., *ВО* = 5 арш., *ВГ* = 3 арш., то какова высота дерева?

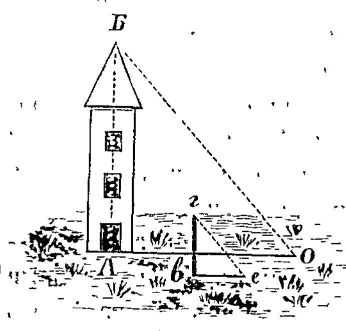




Рис. 171.

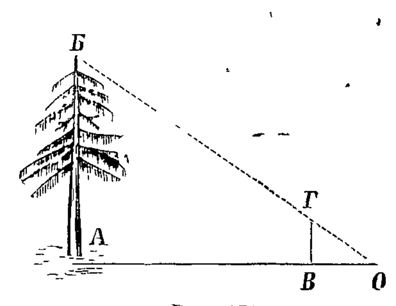


Рис. 172.

9. Чтобы узнать ширину рѣки *АБ* (рис. 173), провели линію, составляющую продолженіе *АБ*, и отложили на ней *АВ* = 10 саж. Изъ точки *В* возстановили перпендикуляръ, на которомъ отложили *ВГ* = 60 саж. Изъ точки *Г* провели линію въ направленіи на точку *Б*. Изъ точки *О* этой линіи

опустили перпендикуляръ *ОД* на линію *ВГ*. Этотъ перпендикуляръ вышелъ длиною въ 4 саж., а разстояніе *ДГ* въ 5 саж. Какъ велика ширина рѣки?

10. Когда приходится нѣсколько линій увеличивать или уменьшать въ одномъ и томъ же отношеніи, напр. въ отношеніи 3:4, то это удобно сдѣлать такъ (рис. 174). Проводимъ прямую *ОГ* и отъ точки *О* откладываемъ на ней 4 равныя части. Возстановляемъ перпендикуляры въ концѣ третьей и четвертой части. Если данную линію надо уменьшить, что надо откладываемъ ее на перпендикулярѣ отъ точки *Б*. Что надо сдѣлать потомъ? Гдѣ будетъ линія, составляющая $^3/_4$ *БД*? $^3/_4$ *БЖ*? А какъ надо поступать, если требуется увеличить линію въ отношеніи $^4/_3$?

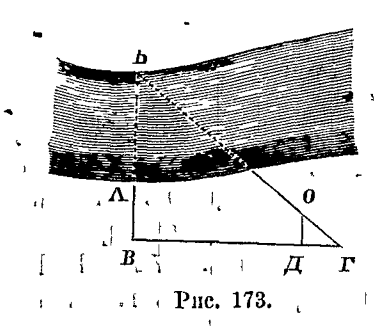


Рис. 173.

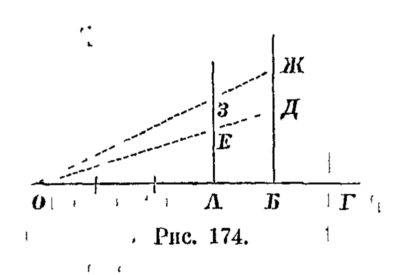


Рис. 174.

11. Въ треугольникахъ *АБВ* и *абв* (рис. 175) углы *Б* и *б* равны между собою. Стороны, образующія эти углы, имѣютъ такую длину: *АБ* = 18 см., *БВ* = 12 см.; *аб* = 9 см., *бв* = 6 см. Въ какомъ отношеніи находятся стороны *АБ* и *аб*? *БВ* и *бв*? Если отложить *БД* = *ба* и провести *ДО* параллельно *АВ*, то образуется треугольникъ *ДБО*, подобный *АБВ*. Какъ велика будетъ сторона *БО*? Сравните треугольники *ДБО* и *абв* (§ 13, выводъ № 4, *а*). Что же можно сказать о треугольникахъ *АБВ* и *абв*, которые имѣютъ по равному углу, и у которыхъ стороны, образующія эти углы, находятся въ одномъ и томъ же отношеніи?

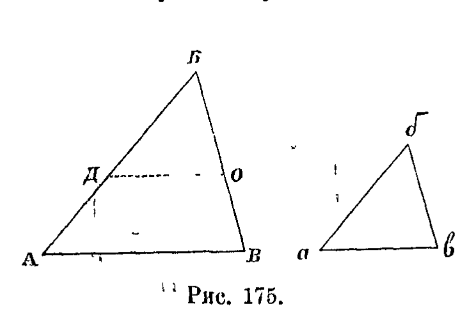


Рис. 175.

12. Между точками *А* и *Б* находится лѣсокъ (рис. 176). Чтобы опредѣлить разстояніе *АБ*, изъ нѣкоторой точки *О* провели линіи *ОА* и *ОБ*. Измѣреніемъ найдено, что *ОА* = 100 саж., *ОБ* = 80 саж. Отъ точки *О* отложили части *ОД* = 25 саж. и *ОЕ* = 20 саж. Измѣрили линію *ДЕ*: она равна 15 саж. Какъ велико разстояніе *АБ*?

13. Треугольники *АБВ* и *абв* (рис. 177) имѣютъ такія стороны: *АБ* = 18 дм., *БВ* = 15 дм., *ВА* = 12 дм; *аб* = 6 дм., *бв* = 5 дм., *ва* = 4 дм Каково отношеніе сторонъ *АБ* и *аб*? *БВ* и *бв*? *ВА* и *ва*? Если отложить *ВД* = *вб* и провести *ДО* параллельно *БА*, то образуется треугольникъ *ОДВ*, подобный *АБВ*. Какъ велики будутъ стороны *ВО* и *ДО*? Сравните треугольники *ОДВ* и *абв* (§ 13, выводъ № 4, *в*). Что же можно сказать о треугольникахъ *АБВ* и *абв*, у которыхъ всѣ стороны находятся въ одномъ и томъ же отношеніи?

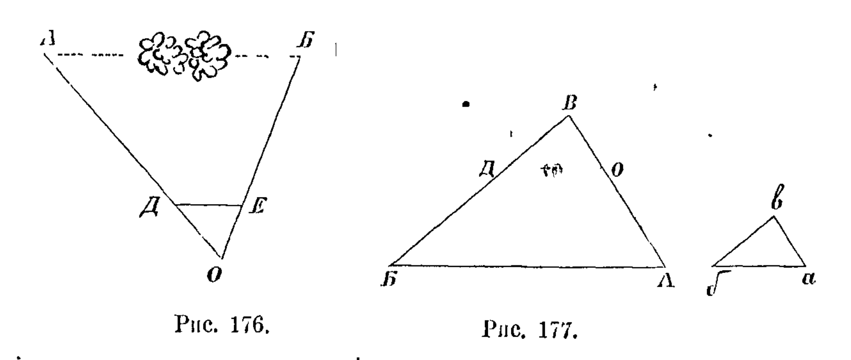


Рис. 176. Рис. 177.

14. Прямоугольники *абвг* и *АБВГ* подобны (рис. 178). Длина перваго *аг* = 8 см., ширина *аб* = 6 см. Длина второго *АГ* = 12 см. Какъ велика ширина *АБ* второго прямоугольника?

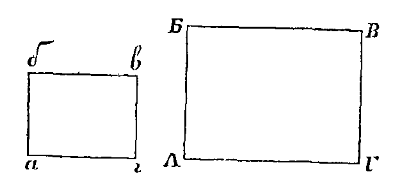


Рис. 178

15. Уголъ A одного ромба равенъ углу a другого ромба (рис. 179). Будутъ ли такіе ромбы подобны между собою? Почему?

Рис. 179.

16. Почему подобны между собою всѣ правильные треугольники, четыреугольники, пятиугольники, вообще правильные многоугольники съ одинаковымъ числомъ сторонъ?

б) Построенія.

1. Начертите какой-нибудь треугольникъ и постройте подобный ему треугольникъ, меньшихъ размѣровъ, такъ чтобы отношеніе сторонъ было $^3/_5$. Рѣшите эту задачу тремя способами: постройте искомый треугольникъ:

а) по сторонѣ и прилежащимъ угламъ;
б) по двумъ сторонамъ и углу между ними;
в) по тремъ сторонамъ.

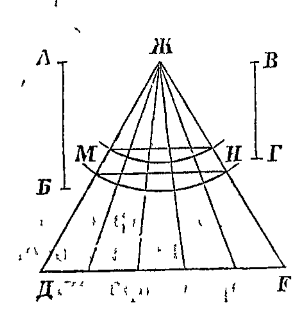


Рис. 180.

Воспользуйтесь построеніемъ, указаннымъ въ вопросѣ № 10 этого §.

2. Раздѣлите линію $AБ$ на 5 равныхъ частей слѣдующимъ образомъ (рис. 180). Проведите прямую и отложите на ней 5 произвольныхъ, но равныхъ между собою, частей, на полученной линіи $ДЕ$ постройте равносторонній треугольникъ $ДЖЕ$. Отложите линію $АБ$ на боковыхъ сторонахъ этого треугольника, отъ его вершины $Ж$. Точки $М$ и $Н$ соедините. Раздѣлите еще линію $ВГ$ на 5 равныхъ частей.

3. Начертите какой-нибудь многоугольникъ и постройте ему подобный, бо́льшихъ размѣровъ, такъ чтобы отношеніе сторонъ было $^5/_4$: проведите діагонали изъ какой-нибудь вершины и постройте, въ томъ же порядкѣ, треугольники, подобные тѣмъ, на которые раздѣлился многоугольникъ (рис. 181).

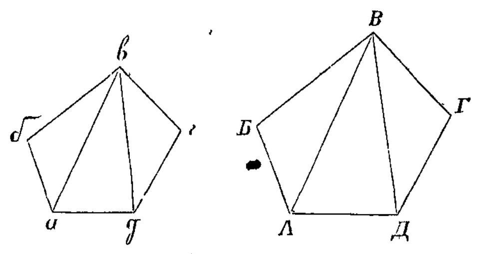


Рис. 181.

4. Начертите какой-нибудь многоугольникъ и постройте ему подобный, меньшихъ размѣровъ, такъ чтобы отношеніе сторонъ было $^3/_4$: возьмите внутри многоугольника точку O (рис. 182) и соедините ее со всѣми вершинами прямыми линіями; на каждой изъ этихъ линій, отъ точки O, отложите $^3/_4$ ея длины; концы отложенныхъ частей соедините.

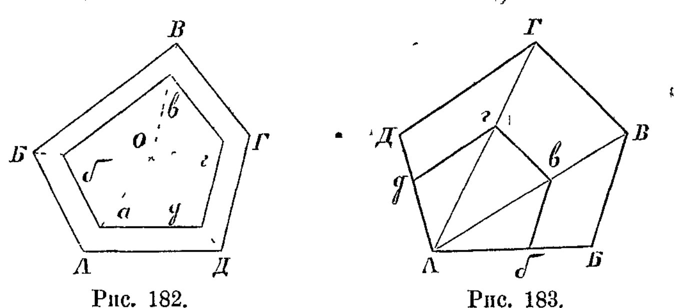
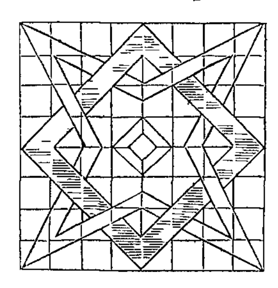


Рис. 182. Рис. 183.

5. Начертите какой-нибудь многоугольникъ и постройте ему подобный, меньшихъ размѣровъ, такъ чтобы отношеніе сторонъ было $^3/_5$: проведите діагонали изъ вершины $А$ (рис. 183); отложите $Аб = {}^3/_5\, АБ$; проведите $бв$ параллельно $БВ$, $вг$ параллельно $ВГ$ и $гд$ параллельно $ГД$.


Рис. 184.

6. При помощи сѣти квадратиковъ увеличьте въ 2 раза фигуру, изображенную на рис. 184.

в) Выводы.

1. *Подобными многоугольниками называются такіе многоугольники, у которыхъ углы попарно равны, а сходственныя стороны находятся въ одномъ и томъ же отношеніи.*

2. *Признаки подобія треугольниковъ: два треугольника подобны, если:*

а) имѣютъ попарно равные углы;

б) имѣютъ по равному углу, а стороны, образующія эти углы, находятся въ одномъ и томъ же отношеніи;

в) всѣ стороны находятся въ одномъ и томъ же отношеніи.

ГЛАВА V. СЪЕМКА ПЛАНОВЪ.

§ 27. Планъ и масштабъ.

а) Вопросы.

1. Разстояніе отъ деревни до села изображено на бумагѣ прямой линіей, длина которой 3 дюйма. Каждый дюймъ изображаетъ 5 верстъ. Какъ велико разстояніе отъ деревни до села?

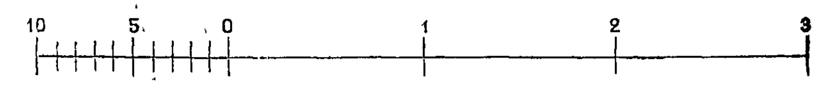


Рис. 185. Масштабъ.

Дюймъ принимается за нѣсколько аршинъ, или нѣсколько саженъ, или нѣсколько верстъ.

2. Разстояніе между двумя городами 40 верстъ. Какъ велика линія, изображающая это разстояніе на бумагѣ, если взять масштабъ 10 верстъ въ дюймѣ?

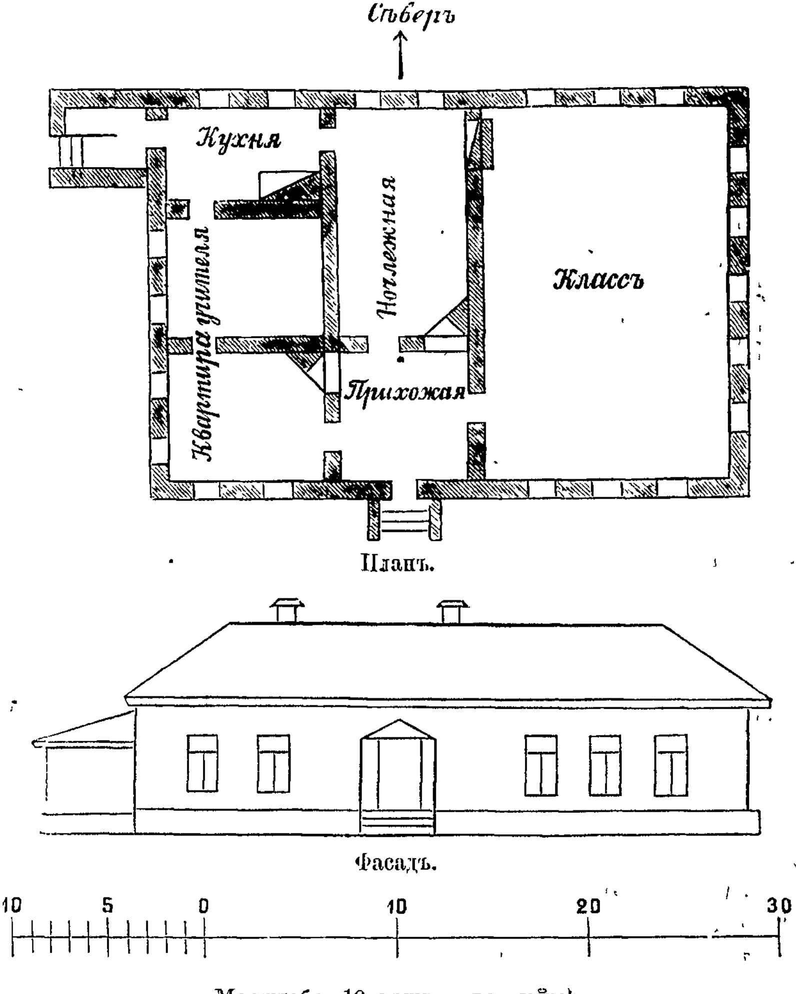
3. Садъ имѣетъ видъ прямоугольника. Начерченъ планъ этого сада въ масштабѣ 10 саженъ въ дюймѣ. На планѣ длина прямоугольника равна $4\frac{1}{2}$ дм., ширина 3 дм. Какъ велика настоящая длина и ширина сада?

4. Прямоугольное поле имѣетъ въ длину 250 саж., въ ширину 200 саж. На планѣ длина прямоугольника равна 5 дм. Какой взять масштабъ: сколько саженъ въ дюймѣ? Какъ велика на планѣ ширина прямоугольника?

5. Начерченъ планъ комнаты. Масштабъ 5 аршинъ въ дюймѣ. Во сколько разъ уменьшена каждая линія при изображеніи на бумагѣ? (1 ар. = 28 дм.).

6. Каждая линія плана составляетъ $\frac{1}{1680}$ часть своей настоящей величины. Какой взять масштабъ: сколько саженъ въ дюймѣ?

Школьное зданіе.

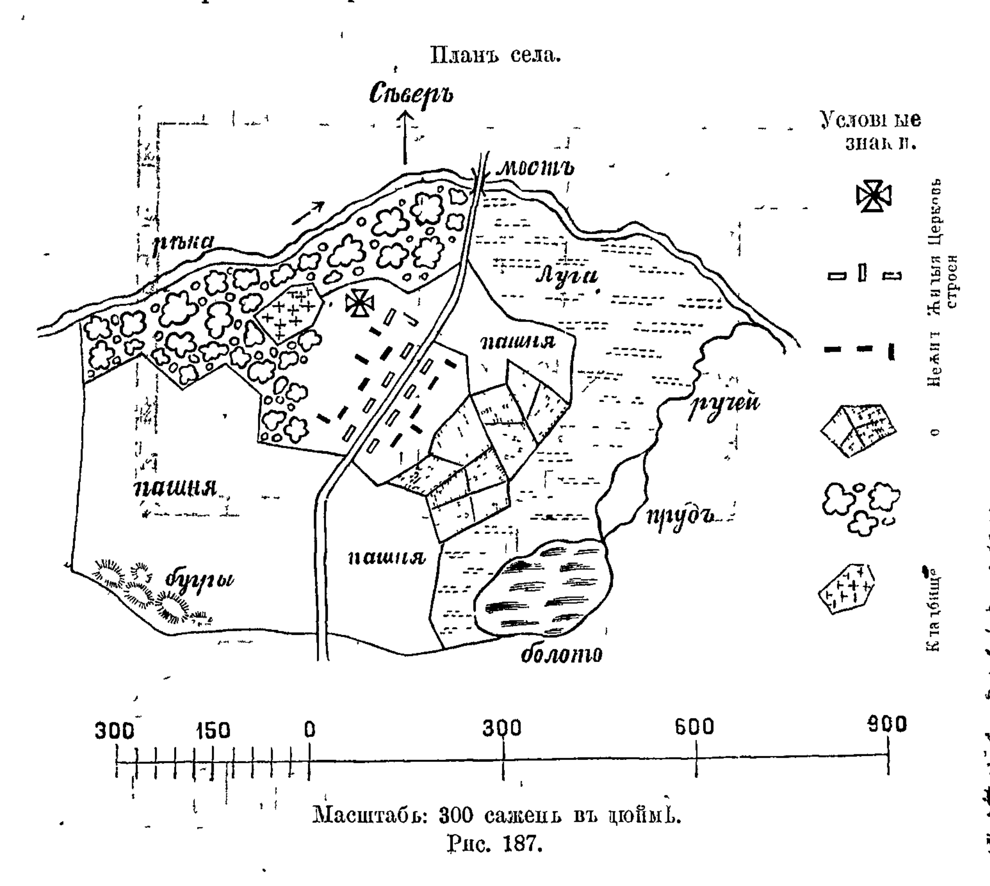


Масштабъ: 10 аршинъ въ дюймѣ.
Рис. 186.

7. Разсмотрите планъ школьнаго зданія, изображенный на рис. 186. Сколько комнатъ въ этомъ школьномъ зданіи? Сколько оконъ въ каждой комнатѣ, и куда эти окна выходятъ: на сѣверъ, востокъ и т. д.? Сколько въ каждой комнатѣ дверей, сколько печей? Какова длина и ширина класса и другихъ комнатъ?

8. Разсмотрите фасадъ школьнаго зданія, изображенный на рис. 186. Какъ велика высота зданія до крыши? Какова высота крыши до гребня? Какой вышины окна?

Планъ села.



Масштабъ: 300 саженъ въ дюймѣ.
Рис. 187.

9. Разсмотрите планъ села, изображенный на рис. 187. Найдите приблизительно: 1) длину западной границы села: 2) длину лугового берега рѣки; 3) длину берега, покрытаго лѣсомъ.

10. Чѣмъ измѣряютъ линіи на землѣ? Какую длину имѣетъ мѣрная цѣпь (рис. 188) и лента рулетки (рис. 189)? Чѣмъ отмѣчаются на землѣ концы цѣпи или ленты? (рис. 190).

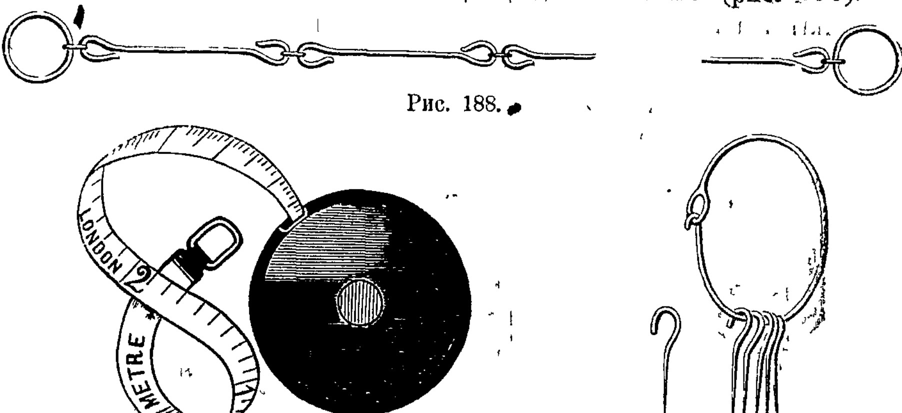


Рис. 188.

Рис. 189.

Рис. 190.

11. Почему цѣпь или ленту протягиваютъ при измѣреніи горизонтально?

12. Какимъ приборомъ измѣряются на землѣ углы? (рис. 191). Зачѣмъ къ подвижной линейкѣ астролябіи при-

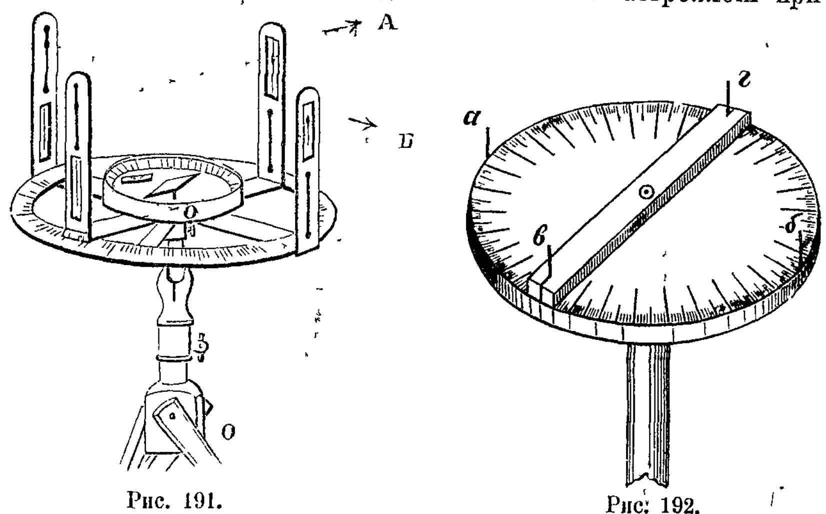


Рис. 191.

Рис. 192.

крѣпленъ компасъ, или буссоль? Для чего помѣщенъ уровень? Какъ измѣряются углы астролябіей?

13. Какъ можно устроить астролябію простѣйшаго вида? (рис. 192).

14. Какой приборъ служитъ для измѣренія и черченія угловъ на бумагѣ? (рис. 34 въ § 8 и рисунокъ въ прибавленіи).

15. Какой приборъ употребляютъ для проведенія на землѣ перпендикулярныхъ (и параллельныхъ) линій? (рис. 193).

16. Какъ устроить эккеръ простѣйшаго вида? (рис. 194).

17. Какъ возстановить и опустить перпендикуляръ при помощи эккера? Какъ проводятся при помощи эккера параллельныя линіи?

18. Какъ надо видоизмѣнить астролябію, для того чтобы измѣрять углы въ вертикальной плоскости? (рис 195: высотомѣръ).

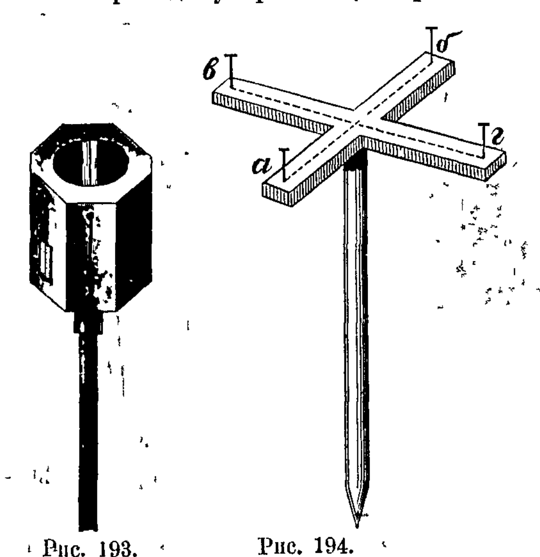


Рис. 193. Рис. 194.

Рис. 195.

19. Какъ измѣрить уголъ, образуемый горизонтальной линіей *ОМ* и лучемъ зрѣнія, направленнымъ на вершину предмета? (рис. 196). Для чего служитъ отвѣсъ, прикрѣпленный въ центрѣ высотомѣра?

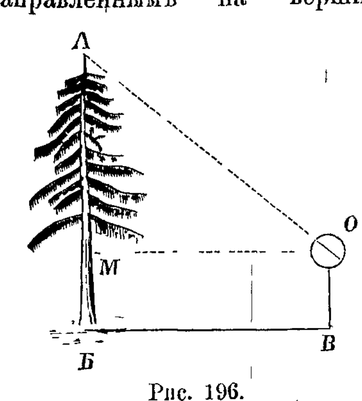


Рис. 196.

б) Построенія.

1. Для съемки плана земельнаго участка *АБВГД* измѣрены углы, образуемые его границами, и длина границъ. Эти измѣренія показаны на рис. 197. Граница *АБ* направлена отъ точки *А* къ сѣверо-востоку и составляетъ съ полуденной линіей уголъ въ 40°. Начертите планъ этого участка, взявши масштабъ 50 саженъ въ дюймѣ. Нанесите на планъ внутреннюю точку *М*, зная, что $МГ = 50$ саж. и уголъ $МГД = 58^\circ$.

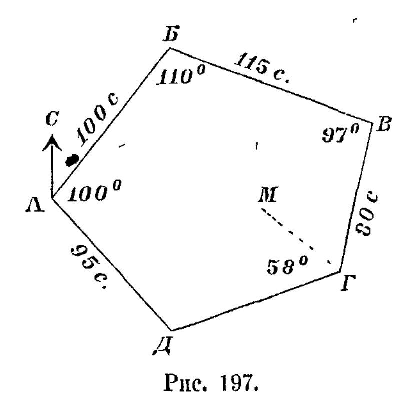


Рис. 197.

2. Поле имѣетъ видъ многоугольника *АБВГД* (рис. 198). Для съемки плана многоугольникъ этотъ разбитъ на треугольники діагоналями, выходящими изъ вершины *А*. Измѣрены всѣ стороны каждаго треугольника: эти измѣренія показаны на рисункѣ. Діагональ *АВ* направлена съ востока на западъ. Начертите планъ этого поля, взявши масштабъ 40 саж. въ дюймѣ.

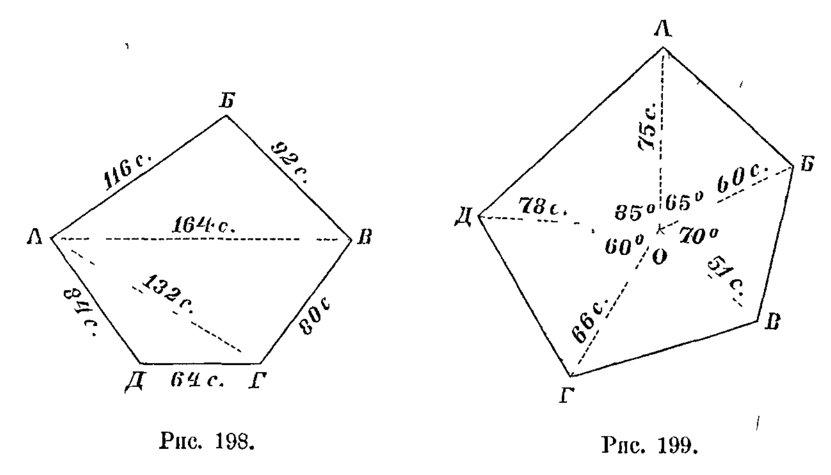


Рис. 198. Рис. 199.

3. Лугъ имѣетъ видъ многоугольника *АБВГД* (рис. 199). Для съемки плана многоугольникъ этотъ разбитъ на треугольники прямыми линіями, проведенными изъ внутренней

точки O ко всѣмъ вершинамъ. Измѣрены: длина каждой изъ этихъ линій и углы между ними; эти измѣренія показаны на рисункѣ. Линія OA направлена съ юга на сѣверъ. Начертите планъ этого луга, взявши масштабъ 30 саженъ въ дюймѣ.

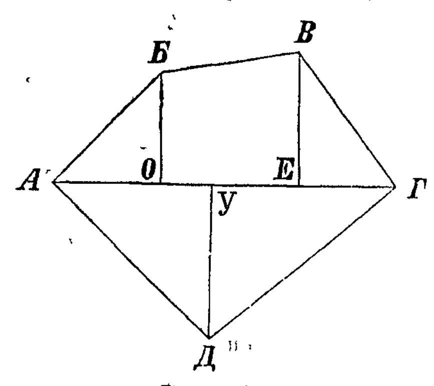


Рис. 200.

4. Огородъ имѣетъ видъ многоугольника $АБВГД$ (рис. 200). Для съемки плана проведена діагональ $АГ$, и на нее опущены перпендикуляры изъ всѣхъ вершинъ. Измѣрены: діагональ $АГ$, длины всѣхъ перпендикуляровъ и разстоянія ихъ отъ вершины $А$: $БО = 30$ саж., $ВЕ = 36$ саж., $ДУ = 40$ саж.; $АО = 28$ саж., $АУ = 42$ саж., $АЕ = 64$ саж., $АГ = 90$ саж. Діагональ $АГ$ направлена съ запада на востокъ. Начертите планъ этого огорода въ масштабѣ 20 саж. въ дюймѣ.

5. Чтобы опредѣлить разстояніе отъ точки $А$ до точки $Б$, лежащей на другомъ берегу рѣки (рис. 201), провели линію $АВ$ длиною въ 20 саж. и измѣрили углы, составленные этой линіей съ направленіями, взятыми изъ $А$ и $В$ на точку $Б$. Уголъ $БАВ = 80°$; уголъ $БВА = 60°$. Начертите треугольникъ $АБВ$ въ масштабѣ 10 саженъ въ дюймѣ и узнайте разстояніе $АБ$.

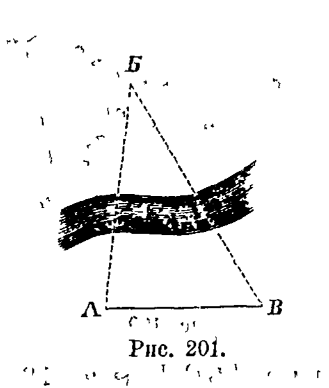


Рис. 201.

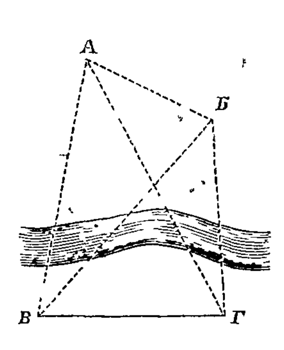


Рис. 202

6. Чтобы опредѣлить разстояніе между точками $А$ и $Б$, которыя обѣ лежатъ на другомъ берегу рѣки (рис. 202),

провели линію $ВГ$ длиною въ 30 саж. и измѣрили углы, составленные этой линіей съ направленіями, взятыми изъ точекъ $В$ и $Г$ на точки $А$ и $Б$. Уголъ $АВГ = 80°$, уголъ $БВГ = 50°$; уголъ $АГВ = 70°$, уголъ $БГВ = 85°$. Сдѣлайте чертежъ въ масштабѣ 10 саженъ въ дюймѣ и узнайте разстояніе $АБ$.

7. Чтобы измѣрить высоту дерева $АБ$ (рис. 196, стр. 77), установили высотомѣръ въ точкѣ $В$, находящейся отъ $Б$ на разстояніи 15 ар. Измѣрили уголъ $АОМ$: онъ содержитъ $40°$. Высота прибора $ВО = 2$ ар. Начертите треугольникъ $АОМ$ въ масштабѣ 5 аршинъ въ дюймѣ. Узнайте высоту дерева.

8. Чтобы измѣрить высоту $АБ$ башни, къ которой нельзя подойти (рис. 203), провели изъ точки $В$ линію въ направленіи на точку $Б$ и отложили на ней $ВГ = 18$ ар. Устанавливая высотомѣръ въ точкахъ $В$ и $Г$, опредѣлили углы: $АЕД = 35°$ и $АДЕ = 130°$. Высота инструмента равна 2 ар. Сдѣлайте чертежъ въ масштабѣ 10 аршинъ въ дюймѣ и узнайте высоту башни.

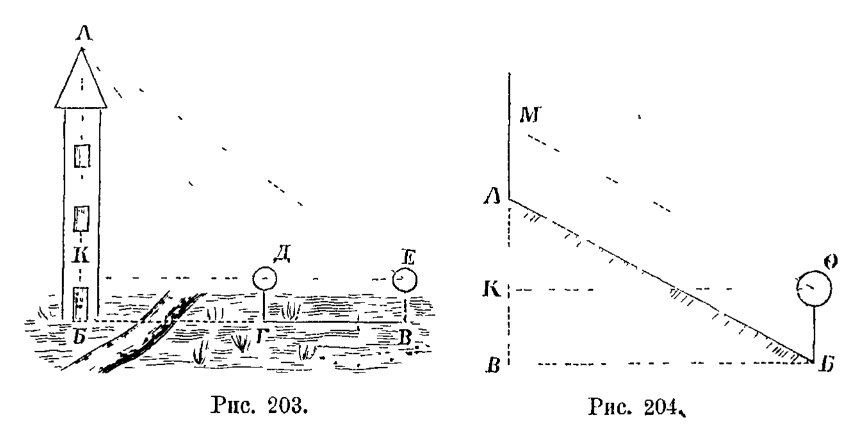


Рис. 203. Рис. 204.

9. Линія $АБ$ проходитъ по наклонной поверхности земли (рис. 204). Надо опредѣлить горизонтальное разстояніе между точками $А$ и $Б$, т.-е. длину линіи $ВБ$, и высоту точки $А$ надъ точкой $Б$, т.-е. линію $АВ$. Для этого въ точкѣ $Б$ установили высотомѣръ, а въ точкѣ $А$ поставили рейку, на которой мѣткой $М$ обозначена высота инструмента, такъ что $АМ = БО$. Направивъ подвижную линейку на мѣтку $М$, нашли, что уголъ $МОК = 28°$. Наклонная линія $АБ$ имѣетъ

длину 40 саж. Начертите треугольникъ *АБВ* въ масштабѣ 10 саженъ въ дюймѣ и узнайте: горизонтальное разстояніе между точками *А* и *Б* и высоту точки *А* надъ точкой *Б*.

в) Выводы.

1. *Планъ предмета есть изображеніе того мѣста, которое занимаетъ предметъ на горизонтальной поверхности.*

2. *Масштабъ есть небольшая мѣрка, обыкновенно дюймъ, которая, по уговору, изображаетъ нѣсколько аршинъ, или нѣсколько саженъ, или нѣсколько верстъ.*

К. П. Аржениковъ.

СБОРНИКЪ УПРАЖНЕНІЙ по ГЕОМЕТРІИ.

ПОСОБІЕ

ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХЪ УЧИЛИЩЪ.

Выпускъ II.

Изданіе 2-ое, измѣненное.

Цѣна 35 коп.

ИЗДАНІЕ
КНИЖНАГО МАГАЗИНА
М. Д. НАУМОВА.
ВЪ МОСКВѢ,
Больш. Лубянка, д. Страхового О-ва „Россія"

МОСКВА—1910.
Типографія Русскаго Товарищества. Мыльниковъ пер., собственный домъ.
Телефонъ 18-35.

ГЛАВА I. ПЛОЩАДИ ФИГУРЪ.

§ 1. Квадратъ.

а) Вопросы.

1. По сколькимъ направленіямъ надо измѣрить поверхность, чтобы узнать ея величину? Сколько измѣреній имѣетъ поверхность?

2. Какъ назовете вы два измѣренія пола комнаты? стѣны? двери?

3. Какъ называется величина плоской поверхности, которую занимаетъ фигура?

4. Какими мѣрами измѣряются площади фигуръ?

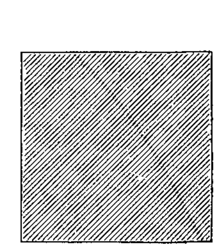


Рис. 1.

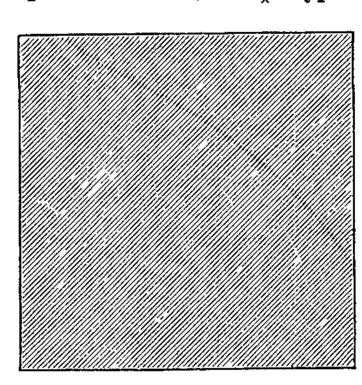
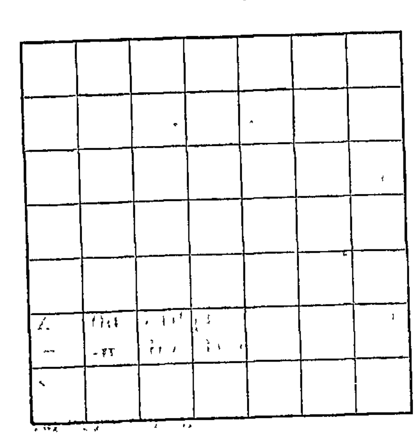


Рис. 2.

5. На рис. 1 изображенъ (въ настоящую величину) квадратъ, сторона котораго равна 1 дюйму; а на рис. 2 — квадратъ, сторона котораго равна 1 вершку. Какъ называются такіе квадраты?

6. Что такое квадратный футъ? квадратный аршинъ? квадратная сажень? квадратная верста?

7. Квадратъ, изображенный на рис. 3, представляетъ, въ уменьшенномъ видѣ, квадратную сажень. Сколькимъ футамъ равна сторона этого квадрата? Сколько квадратныхъ футовъ содержитъ квадратная сажень? Какъ это вычислить?


Рис. 3.

8. Назовите, по порядку, русскія квадратныя мѣры, начиная съ самой крупной, и скажите, сколько мѣръ слѣдующаго низшаго наименованія содержитъ каждая квадратная мѣра?

9. Какъ называется земельная мѣра величиною въ 2400 квадратныхъ саженъ?

10. На рис. 4 изображенъ (въ настоящую величину) квадратный дециметръ. Сколько квадратныхъ сантиметровъ содержитъ квадратный дециметръ?

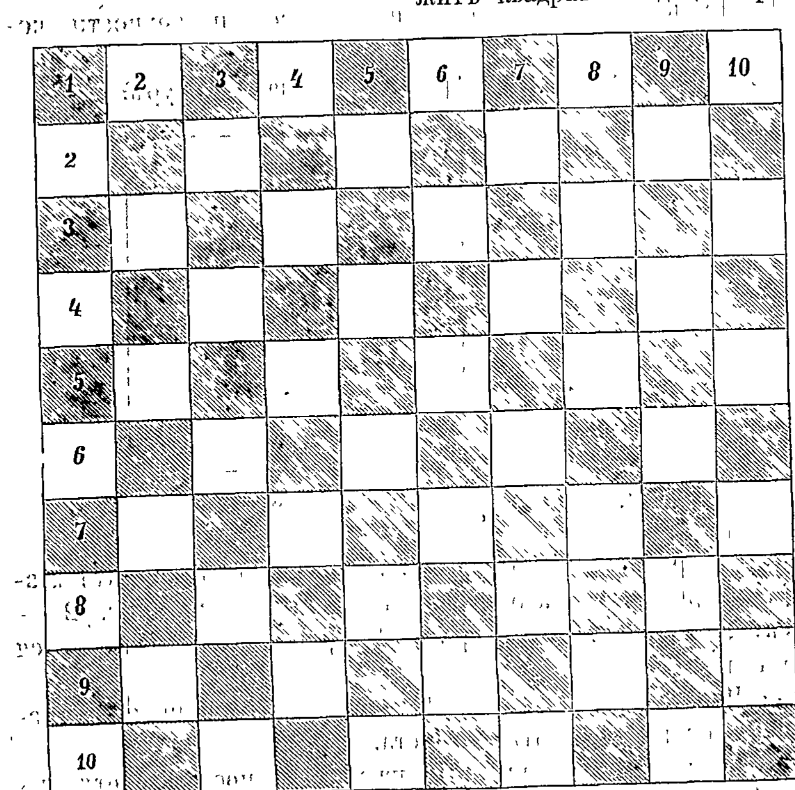


Рис. 4. Кв. дециметръ, раздѣленный на кв. сантиметры.

11. На рис. 5 изображенъ (въ настоящую величину) квадратный сантиметръ. Сколько квадратныхъ миллиметровъ содержитъ квадратный сантиметръ?

12. Сколько кв. дециметровъ содержитъ кв. метръ? Сколько кв. метровъ содержитъ кв. декаметръ? Сколько кв. декаметровъ содержитъ кв. гектометръ? Сколько кв. гектометровъ содержитъ кв. километръ?

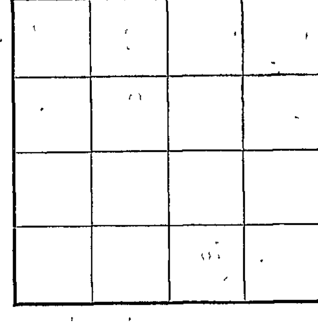
Рис. 5.

13. Какъ называется земельная мѣра, равная 1 кв. декаметру? Сколько кв. метровъ содержитъ аръ?

14. Какъ называется земельная мѣра въ 100 аръ? Сравните гектаръ и кв. гектометръ.

---

15. Сторона квадрата равна 4 см. (рис. 6). Сколько кв. сантиметровъ содержитъ площадь этого квадрата?


Рис. 6.

16. Какъ вычислить площадь квадрата? Когда число, напр. 8, умножается само на себя, то произведеніе 8 . 8 пишутъ такъ 8^2, и читаютъ: 8 въ квадратѣ. Сторона квадрата равна 12 вершкамъ. Обозначьте дѣйствіе, которое надо сдѣлать для вычисленія площади этого квадрата. Вычислите.

17. Рама имѣетъ шесть квадратныхъ стеколъ одинаковой величины; сторона каждаго стекла равна 8 вершкамъ. Сколько кв. вершковъ содержитъ поверхность всѣхъ стеколъ? сколько кв. аршинъ?

18. Какъ великъ периметръ, и какъ велика площадь квадрата, у котораго сторона равна: а) 2 фт. 3 дм.; б) 3 м. 50 см.; в) 2 ар. 6 вр.; г) 5 см. 8 мм.?

19. Площадь квадрата содержитъ 11 кв. саж. 1 кв. ар. Какъ велика площадь другого квадрата, сторона котораго вдвое длиннѣе? Какъ велика площадь квадрата, сторона котораго втрое длиннѣе стороны перваго?

20. Во что обойдется устройство паркетнаго пола въ комнатѣ, которая и въ длину и въ ширину имѣетъ по 12 ар., если 1 кв. сажень паркета стоитъ 15 р.?

21. Садъ, имѣющій видъ квадрата, обнесенъ со всѣхъ

сторонъ изгородью; длина всей изгороди 320 м. Сколько аровъ занимаетъ садъ?

22. Поле имѣетъ видъ квадрата, периметръ котораго равенъ 800 м. Сколько гектаровъ содержитъ поверхность этого поля? сколько десятинъ и кв. саженъ? (1 гектаръ составляетъ, приблизительно, $^9/_{10}$ десятины).

б) Построенія.

1. Начертите квадратъ, сторона котораго равна 8 см. и раздѣлите его на кв. сантиметры.

2. Начертите квадратъ какой-нибудь величины. Потомъ постройте квадратъ, сторона котораго вдвое длиннѣе. Сравните площади.

3. Постройте еще квадратъ, сторона котораго втрое длиннѣе стороны перваго. Сравните площади.

4. Начертите аръ въ масштабѣ 1 : 100 (т.-е. уменьшите сторону въ 100 разъ).

в) Выводы.

1. *Поверхности измѣряются поверхностями.*

2. *Мѣрами поверхностей служатъ квадраты, стороны которыхъ равны какой-либо мѣрѣ длины.*

3. *Чтобы вычислить площадь квадрата, надо умножить само на себя число, показывающее длину его стороны.*

$$s=b^2.$$

s—площадь, b—сторона.

Метрическія мѣры поверхностей.

Квадратный метръ—кв. м.

Кв. километръ—кв. км.	Кв. дециметръ—кв. дцм.
Гектаръ —га. (кв. гектометръ).	Кв. сантиметръ— кв. см.
Аръ —а. (кв. декаметръ).	Кв. миллиметръ—кв. мм.

1 кв. м=100 кв. дцм.
1 кв. дцм.=100 кв. см.
1 кв. см.=100 кв. мм.
1 кв. км.=100 га.
1 га.=100 а.
1 а.=100 кв. м.
1 гектаръ равенъ, приблизительно, $^9/_{10}$ десятины.

§ 2. Прямоугольникъ.

а) Вопросы.

1. Какъ называется четыреугольникъ съ прямыми углами?

2. Что знаете вы о величинѣ и о направленіи противоположныхъ сторонъ прямоугольника?

3. Что называется длиною и шириною прямоугольника? Какъ иначе называются длина и ширина?

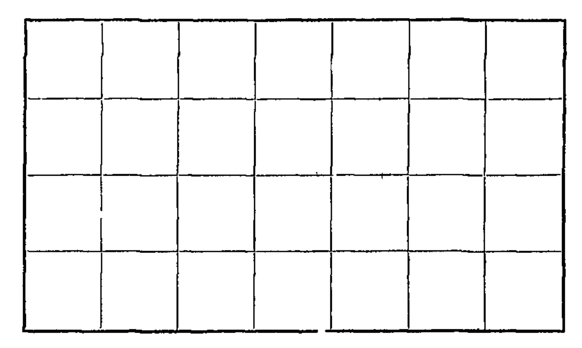


Рис. 7.

4. Длина (основаніе) прямоугольника равна 7 см., ширина (высота) его равна 4 см. (рис. 7). Сколько квадратныхъ сантиметровъ содержитъ площадь этого прямоугольника?

5. Какъ вычислить площадь прямоугольника?

6. Какъ велика поверхность прямоугольной грядки, длиною въ 6 ар. и шириною въ $1^1/_2$ ар.?

7. Какъ узнаете вы поверхность классной доски? пола комнаты? Узнайте.

8. Какъ велика площадь прямоугольника, длина котораго 1 ар. 8 вр., а ширина 12 вр.? Какъ великъ периметръ этого прямоугольника?

9. Какъ велика ширина прямоугольника, у котораго длина 4 фт., а площадь 14 кв. фт.?

10. Роща занимаетъ прямоугольный участокъ земли, длина котораго 120 саж., а ширина 80 саж. Сколько десятинъ находится подъ рощей?

11. Какую длину и какую ширину могутъ имѣть прямоугольники, поверхность которыхъ равна 1 десятинѣ?

12. Площадь прямоугольника содержитъ 64 кв. м. Какую длину и какую ширину можетъ имѣть такой прямоугольникъ? Какъ велика сторона квадрата, имѣющаго такую же площадь?

13. Прямоугольный участокъ лѣсу, длиною въ 150 саж. и шириною въ 80 саж., проданъ за 2500 руб. Почемъ это приходится за десятину?

14. Сколько сѣна собрано съ прямоугольнаго луга, длиною въ 160 саж. и шириною въ 120 саж., если съ десятины получено, среднимъ числомъ, по 180 пуд. сѣна?

15. Мостъ имѣетъ въ длину 50 саж., въ ширину 4 саж. Квадратный аршинъ его выдерживаетъ 15 пудовъ. Какой грузъ можетъ выдержать весь мостъ?

16. Прямоугольный лугъ, длиною въ 500 м. и шириною въ 200 м., хотятъ скосить отъ 4 до 10 часовъ утра. Сколько надо для этого косцовъ, если каждый скашиваетъ въ часъ по $4^1/_6$ ара? А сколько потребовалось бы косцовъ, если бы каждый скашивалъ въ часъ по 100 кв. саженъ? (1 гектаръ $= {}^9/_{10}$ десятины).

17. Комната имѣетъ въ длину 18 ар., въ ширину 14 ар. На сколько кв. аршинъ былъ бы больше полъ этой комнаты, если бы онъ имѣлъ тотъ же периметръ, но былъ бы квадратнымъ?

18. Огородъ, имѣющій видъ прямоугольника, ширина котораго 40 саж., а поверхность 1 дес. 600 кв. саж., раздѣленъ на 5 равныхъ полосъ линіями, параллельными ширинѣ. Какъ велика ширина (т.-е. меньшая сторона) каждой полосы?

б) Построенія.

1. Начертите прямоугольникъ длиною въ 4 дм. и шириною въ 3 дм. Раздѣлите его на квадратные дюймы.

2. Начертите прямоугольникъ длиною въ 8 см. и шириною въ 5 см. Раздѣлите его на квадратные сантиметры.

3. Постройте три прямоугольника, которые имѣли бы различные периметры, но одинаковую площадь: въ 24 кв. см.

4. Постройте три прямоугольника, которые имѣли бы различныя площади, но одинаковый периметръ: въ 18 см.

5. Постройте квадратъ и прямоугольникъ, площади которыхъ были бы одинаковы, именно въ 36 кв. см. Какой изъ этихъ четыреугольниковъ имѣетъ бóльшій периметръ?

6. Постройте квадратъ и прямоугольникъ, периметры которыхъ были бы одинаковы, именно въ 20 см. Какой изъ этихъ четыреугольниковъ имѣетъ бóльшую площадь?

7. Постройте прямоугольникъ, длина котораго была бы 12 см., а площадь 60 кв. см.

8. На школьномъ дворѣ отмѣтьте кольями какой-нибудь прямоугольникъ. Измѣрьте его длину и ширину шагами, и вычислите, приблизительно, поверхность его.

9. Отмѣтьте кольями прямоугольникъ величиною: а) въ $^1/_{10}$ десятины; б) въ 1 аръ.

в) Выводъ.

Чтобы вычислить площадь прямоугольника, надо перемножить числа, показывающія его длину и ширину. (Площадь прямоугольника равна произведенію основанія на высоту).

$$s = b \cdot h.$$

s — площадь, b — основаніе, h — высота.

§ 3. Параллелограммъ и ромбъ.

а) Вопросы.

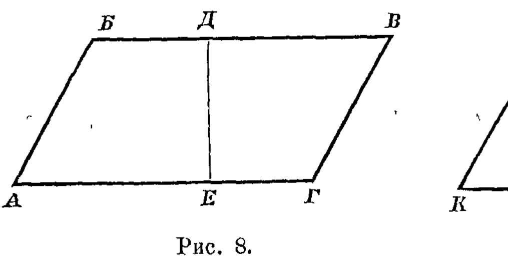


Рис. 8.

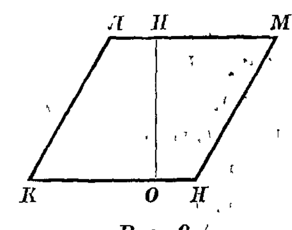


Рис. 9.

1. Какъ называется четыреугольникъ, въ которомъ противоположныя стороны параллельны? (рис. 8).

2. Что знаете вы о величинѣ противоположныхъ сторонъ параллелограмма?

3. Что знаете вы о величинѣ противолежащихъ угловъ параллелограмма?

4. Сколько градусовъ составляютъ вмѣстѣ углы параллелограмма, прилежащіе къ одной и той же сторонѣ?

5. Какъ называется параллелограммъ, у котораго всѣ четыре стороны равны между собою? (рис. 9).

6. Что называется длиною, или основаніемъ, параллелограмма? Что называется шириною, или высотою, параллелограмма? Укажите основаніе и высоту параллелограмма, изображеннаго на рис. 8. Укажите основаніе и высоту ромба, изображеннаго на рис. 9.

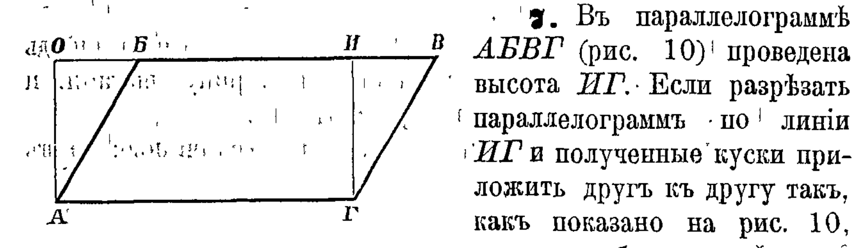


Рис. 10

7. Въ параллелограммѣ *АБВГ* (рис. 10) проведена высота *ИГ*. Если разрѣзать параллелограммъ по линіи *ИГ* и полученные куски приложить другъ къ другу такъ, какъ показано на рис. 10, то какая образуется фигура?

8. Сравните основаніе и высоту параллелограмма *АБВГ* (рис. 10) съ основаніемъ и высотою прямоугольника *АОИГ*. Сравните площади этихъ фигуръ.

9. Какъ вычислить площадь параллелограмма или ромба?

10. Какъ велики площади параллелограммовъ, у которыхъ:

	основаніе	*высота*		*основаніе*	*высота*
а)	12 верш.	8 верш.	в)	2 фт. 4 дм.	1 фт. 3 дм.
б)	4 м.	3 м.	г)	5 м. 20 см.	2 м. 50 см.?

11. Продается участокъ земли, имѣющій видъ параллелограмма, у котораго длина (основаніе) равна 75 саж., а ширина (высота) равна 45 саж. Одинъ покупатель предлагаетъ за весь участокъ 10000 руб., другой даетъ по 3 руб. за квадратную сажень. Какое предложеніе выгоднѣе для продавца?

12. Нѣкто купилъ за 4500 руб. участокъ земли, въ формѣ параллелограмма, длиною въ 98 м. и шириною въ 65 м. Спустя 3 года онъ продалъ эту землю по 85 к. за кв. метръ. На сколько больше прибыли получилъ онъ сравнительно съ тѣмъ доходомъ, какой онъ имѣлъ бы со своихъ денегъ, т.-е. съ 4500 р., отдавши ихъ въ банкъ по 4%?

13. Крестьянинъ засадилъ картофелемъ полосу, имѣющую видъ параллелограмма, длиною въ 50 саж. и шириною въ 24 саж. На какой сборъ можетъ онъ разсчитывать, если десятина даетъ 850 мѣръ картофелю?

14. Какую длину (основаніе) имѣетъ параллелограммъ, у котораго ширина (высота) равна 24 саж., а площадь $^3/_4$ десятины?

15. Какую ширину (высоту) имѣетъ параллелограммъ, у котораго длина (основаніе) равна 75 м., а площадь 48 а.?

б) Построенія.

1. Начертите прямую *АБ* какой-нибудь длины и постройте на ней нѣсколько параллелограммовъ съ одинаковою высотою (рис. 11). Сравните площади этихъ параллелограммовъ. Сравните периметры ихъ.

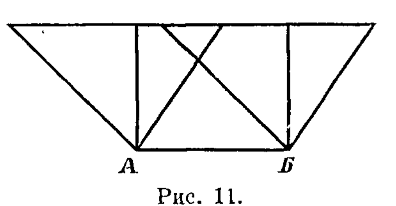


Рис. 11.

2. На прямой линіи, длиною въ 8 см., постройте три параллелограмма, которые имѣли бы одинаковыя площади, величиною въ 24 кв. см., и разные периметры: одинъ—въ 26 см., другой — въ 23 см. и третій — въ 22 см.

3. Начертите параллелограммъ, основаніе котораго 3 см., высота 2 см. Потомъ постройте такой параллелограммъ, площадь котораго была бы вчетверо больше, при чемъ: а) измѣните основаніе, оставляя прежнюю высоту; б) измѣните высоту, оставляя прежнее основаніе; в) измѣните и основаніе и высоту.

4. Постройте параллелограммъ съ угломъ въ 45° и превратите его въ равновеликій (имѣющій такую же площадь) параллелограммъ съ угломъ въ 60°.

5. Поле, занимающее $^1/_2$ десятины, имѣетъ видъ параллелограмма, длина котораго 40 саж., а одинъ изъ угловъ 60°. Начертите планъ этого поля въ масштабѣ 10 саженъ въ дюймѣ.

6. Начертите параллелограммъ, основаніе котораго 98 м., а площадь 62 а. 72 кв. м. Масштабъ 1 . 1000.

в) Выводы.

1. *Параллелограммы съ одинаковыми основаніями и съ одинаковыми высотами равновелики (имѣютъ одинаковыя площади).*

2. *Чтобы вычислить площадь параллелограмма, надо перемножить числа, показывающія его основаніе и высоту. (Площадь параллелограмма равна произведенію основанія на высоту).*

$$s = b \,.\, h.$$

s—площадь, b—основаніе, h—высота.

§ 4. Треугольникъ.

а) Вопросы.

1. Какъ называется плоская поверхность, ограниченная со всѣхъ сторонъ тремя прямыми линіями?

2. Что называется основаніемъ треугольника? Что называется высотою треугольника?

3. Какъ называются треугольники, которые при наложеніи другъ на друга могутъ совпадать?

4. На какіе треугольники дѣлится параллелограммъ діагональю?

5. Треугольникъ *АБВ* (рис. 12) дополненъ до параллелограмма линіями *БГ* и *ВГ*, параллельными сторонамъ *АВ* и *АБ*. Сравните основаніе и высоту параллелограмма съ основаніемъ и высотою треугольника. Какъ вычислить площадь параллелограмма *АБГВ*? Какъ послѣ этого узнать площадь

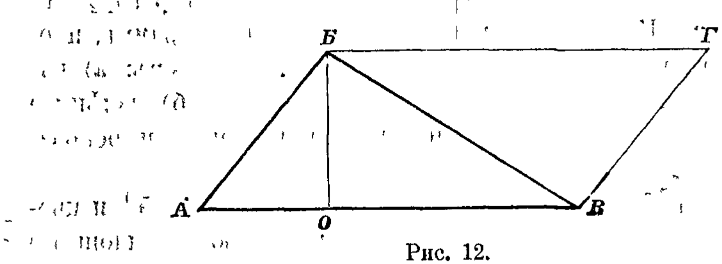


Рис. 12.

треугольника *АБВ*? Какъ вычислить площадь треугольника, зная его основаніе и высоту?

6. Какъ велики площади треугольниковъ, у которыхъ

	основаніе	*высота*		*основаніе*	*высота*
а)	120 саж.	80 саж.	в)	500 м.	200 м.
б)	4 ар. 8 вр.	4 ар.	г)	7 м. 50 см.	2 м. 40 см.

7. Участокъ земли имѣетъ видъ треугольника, длина (основаніе) котораго 225 м., а ширина (высота) 136 м. Сколько стоитъ этотъ участокъ, если считать по 200 руб. за гектаръ?

8. Въ треугольникѣ *АБВ* (рис. 13) основаніе *АВ* = 2 фт., высота *БО* = 1 фт. 8 дм. Основаніе раздѣлено на три равныя части, и точки дѣленія соединены съ вершиной *Б*. Какъ велика площадь каждаго изъ треугольниковъ, на которые раздѣлился треугольникъ *АБВ*?

Рис. 13.

9. Два хозяина купили вмѣстѣ треугольный участокъ земли, основаніе котораго равно 240 саж. Эту землю надо подѣлить между ними такъ, чтобы одному досталось земли вдвое больше, чѣмъ другому. Дѣленіе должно сдѣлать прямой линіей, проходящей черезъ вершину треугольника. Какую точку основанія надо соединить съ вершиной, т.-е. на какомъ разстояніи находится эта точка отъ концовъ основанія?

10. Площадь треугольника содержитъ 5 кв. саж. 15 кв. фт., высота его равна 2 саж. 6 фт. Какъ велико основаніе?

11. Площадь треугольника содержитъ 1 га. 20 а.; основаніе равно 240 м. Какъ велика высота?

12. Отъ треугольнаго участка земли *АБВ* (рис. 14), высота котораго *БО* = 140 саж., требуется отрѣзать треугольникъ *АБМ*, величиною въ $1^3/_4$ десятины. На какомъ разстояніи отъ вершины *А* надо взять точку *М*?

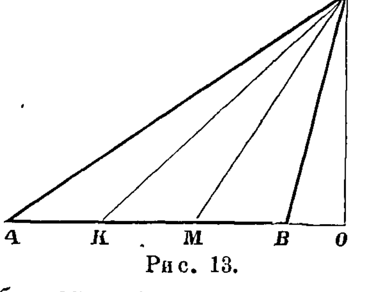


Рис. 14.

13. Какъ велика площадь равнобедреннаго треугольника, у котораго основаніе имѣетъ длину въ 6 саж. 2 ар., а линія, соединяющая вершину съ срединою основанія, равна 1 саж. 1 арш.?

14. Если въ прямоугольномъ треугольникѣ принять за основаніе одинъ изъ катетовъ *АВ* (рис. 15), то какая сторона будетъ служить высотою? Какъ велика площадь прямоугольнаго треугольника, у котораго одинъ катетъ равенъ 8 м. 50 см., другой катетъ 3 м. 40 см.?

15. Какіе углы образуютъ между собою діагонали ромба? Какъ дѣлятъ другъ друга діагонали ромба? Одна діагональ ромба $АВ = 3$ фт. (рис. 16), другая діагональ $БГ = 4$ фт. 6 дм. Какъ велика площадь этого ромба?

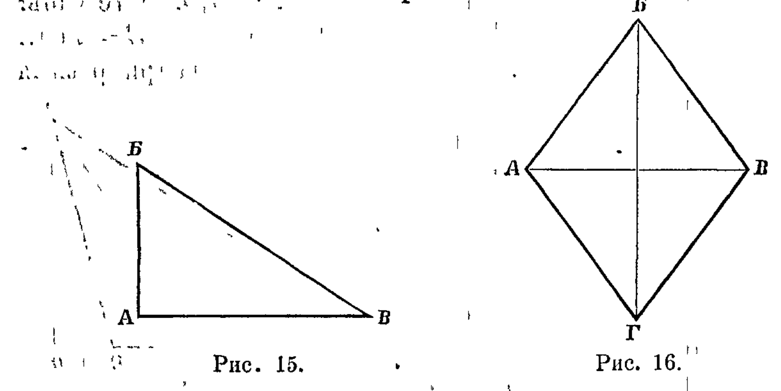


Рис. 15. Рис. 16.

16. Какъ велика площадь равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника *АБВ* (рис. 17), гипотенуза котораго равна 6 м.?

17. Въ треугольникѣ *АБВ* (рис. 18) соединены средины всѣхъ сторонъ. Сравните другъ съ другомъ тѣ четыре

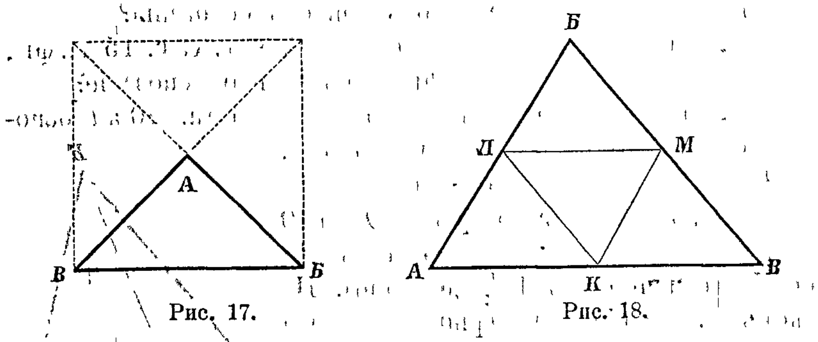


Рис. 17. Рис. 18.

треугольника, на которые раздѣлился треугольникъ *АБВ*. Сравните треугольникъ *АБВ* съ однимъ изъ этихъ треугольниковъ. Если стороны одного треугольника вдвое длиннѣе сторонъ другого (подобнаго ему) треугольника, то во сколько разъ площадь перваго больше площади втораго?

18. Рисунки 19 и 20 представляютъ собою планы земельныхъ участковъ, начерченные въ масштабѣ 40 саженъ въ дюймѣ. Какъ велики площади этихъ участковъ? Какъ велики были бы эти участки, если бы планами ихъ служили тѣ же рисунки, но масштабъ былъ бы 80 саженъ въ дюймѣ? Во сколько разъ были бы тогда больше линейные размѣры участковъ (основанія и высоты)? Во сколько разъ больше были бы площади? Какъ велики были бы эти участки, если бы масштабъ былъ 200 саженъ въ дюймѣ? 10 саженъ въ дюймѣ?

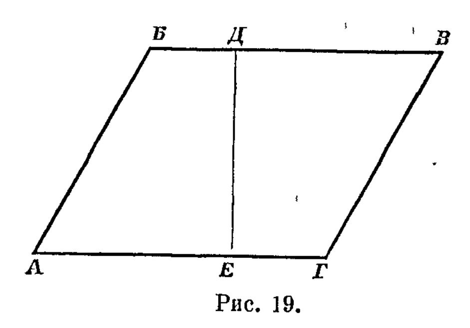


Рис. 19.

$АГ = 1^1/_2$ дм.; $ДЕ = 1^1/_{10}$ дм.

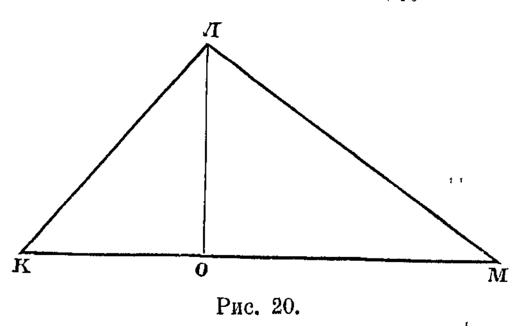


Рис. 20.

$КМ = 2^1/_2$ дм.; $ЛО = 1^1/_{10}$ дм.

б) Построенія.

1. Начертите прямоугольникъ *АБВГ* (рис. 21). На одной изъ сторонъ его возьмите точку *Д* и соедините ее съ вершинами *А* и *Г*. Вырѣжьте прямоугольникъ. Отрѣжьте треугольники *АБД* и *ГДВ*. Можно ли эти треугольники наложить на треугольникъ *АДГ* такъ, чтобы они какъ разъ покрыли его? Наложите. Сравните площадь треугольника *АДГ* съ площадью прямоугольника *АБВГ*. Сравните основанія и высоты этихъ фигуръ.

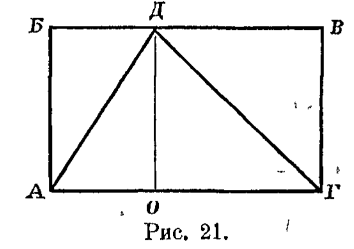


Рис. 21.

2. Начертите треугольникъ со сторонами въ 6 см., 7 см.

и 8 см. Проведите въ немъ всѣ три высоты и измѣрьте ихъ. Вычислите площадь этого треугольника, принимая за основаніе, поочередно, каждую сторону.

3. Раздѣлите треугольникъ на 5 равновеликихъ частей прямыми линіями, выходящими изъ одной вершины. (См: вопросъ № 8 этого §).

4. Начертите какой-нибудь треугольникъ *АБВ* (рис. 22). Черезъ вершину *Б* проведите линію, параллельную основанію *АВ*. Возьмите на этой линіи нѣсколько точекъ и соедините ихъ съ концами основанія. Что можно сказать о площадяхъ треугольниковъ, которые имѣютъ общее основаніе, и вершины которыхъ лежатъ на линіи, параллельной основанію?

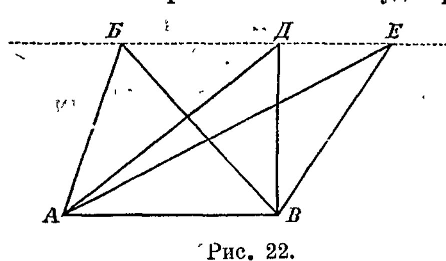


Рис. 22.

5. Начертите какой-нибудь треугольникъ *АБВ* (рис. 23). На одной изъ сторонъ его возьмите точку *О* и проведите изъ этой точки прямую линію, которая раздѣлила бы треугольникъ на двѣ равновеликія части. (Соедините точку *О* съ вершиною *В* и черезъ средину *М* стороны *АБ* проведите линію *МК* параллельно *ОВ*. Соедините точки *О* и *К*. Почему *ОК* раздѣлитъ треугольникъ *АБВ* на двѣ равновеликія части?).

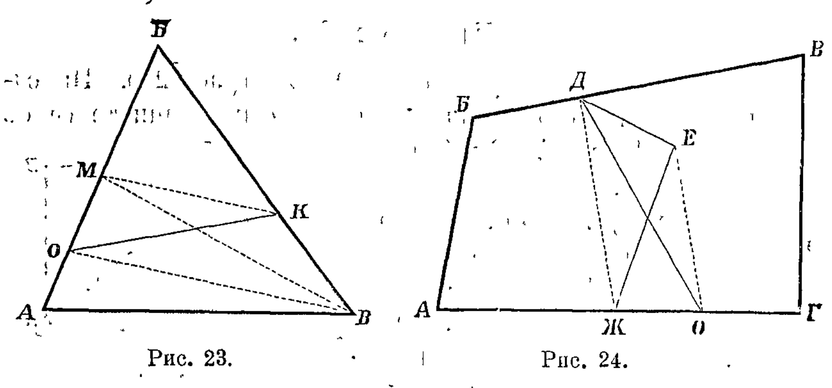


Рис. 23. Рис. 24.

6. Начертите какую-нибудь фигуру *АБВГ* (рис. 24), и внутри ея проведите ломаную линію *ДЕЖ*. Фигура *АБВГ* изображаетъ землю, принадлежащую двумъ владѣльцамъ; ломаная *ДЕЖ* есть граница между ихъ владѣніями. Требуется выпрямить эту границу: замѣнить прямой линіей, выходящей изъ точки *Д*. Сдѣлайте это. (Соедините *Д* и *Ж*; черезъ *Е* проведите прямую *ЕО* параллельно *ДЖ*. Прямая *ДО* будетъ искомая граница. Объясните, почему при новой границѣ площадь того и другого владѣнія не измѣнилась?).

7. Начертите какой-нибудь треугольникъ *АБВ* (рис. 25). Принимая *АВ* за основаніе, проведите высоту. Раздѣлите пополамъ сторону *БВ* и черезъ ея средину *К* проведите линію, параллельную основанію. Черезъ конецъ основанія *В* проведите линію, параллельную сторонѣ *АБ*. Сравните треугольники *ГБК* и *КДВ*. Сравните площадь треугольника *АБВ* съ площадью параллелограмма *АГДВ*. Сравните основанія и высоты этихъ фигуръ.

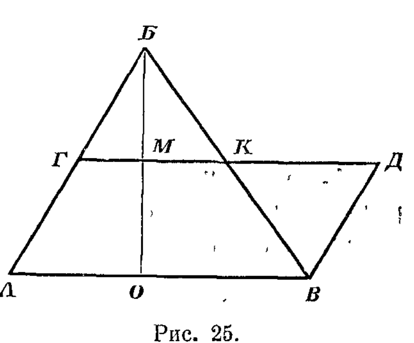


Рис. 25.

8. Начертите параллелограммъ, основаніе котораго 8 см., а высота 3 см. Превратите этотъ параллелограммъ въ равновеликій ему треугольникъ, имѣющій то же основаніе.

9. Начертите тупоугольный треугольникъ съ основаніемъ въ 10 см. и высотою въ 6 см. (тупой уголъ прилежитъ къ основанію). Не измѣняя основанія, превратите этотъ треугольникъ въ слѣдующія равновеликія ему фигуры:

а) прямоугольный треугольникъ;
б) остроугольный треугольникъ;
в) параллелограммъ;
г) прямоугольникъ.

10. Начертите треугольникъ съ основаніемъ въ 6 см. и высотою въ 4 см. Затѣмъ постройте: а) треугольникъ, равный ему; б) треугольникъ, не равный ему, но равновеликій.

в) Выводы.

1. *Треугольники съ равными основаніями и съ равными высотами равновелики.*

2. *Чтобы вычислить площадь треугольника, надо пере-*

множить числа, показывающія его основаніе и высоту, и произведеніе раздѣлить пополамъ. (*Площадь треугольника равна половинѣ произведенія основанія на высоту*).

$$s = \frac{b. \ h.}{2}$$

s — площадь, b — основаніе, h — высота.

§ 5. Трапеція.

а) Вопросы.

1. Какъ называется четыреугольникъ, въ которомъ параллельны только двѣ стороны?

2. Что называется высотою трапеціи?

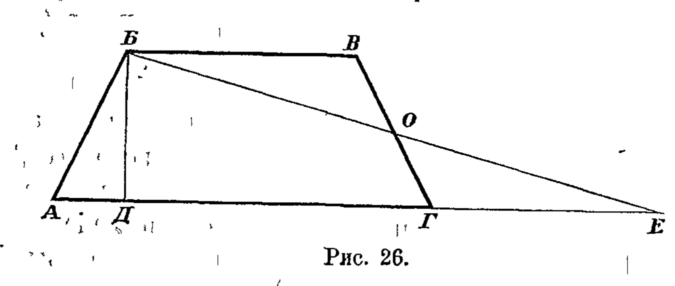


Рис. 26.

3. Трапеція *АБВГ* (рис. 26), высота которой *БД* = 2 см. а параллельныя стороны *АГ* = 5 см. и *БВ* = 3 см., превращена въ равновеликій треугольникъ *АБЕ*, имѣющій ту же высоту. Сдѣлано это такъ: продолжена сторона *АГ*, и на продолженіи отложена часть *ГЕ*, равная другой параллельной сторонѣ *БВ*; точка *Е* соединена съ вершиной *Б*. Почему трапеція *АБВГ* и треугольникъ *АБЕ* равновелики? (Сравните треугольники *БВО* и *ЕГО*).

4. Сравните основаніе треугольника *АБЕ* (рис. 26) съ суммою параллельныхъ сторонъ трапеціи *АБВГ*. Какъ велика площадь треугольника *АБЕ*? Какъ велика площадь трапеціи *АБВГ*?

5. Какъ вычислить площадь трапеціи?

6. Какъ велика площадь трапеціи, у которой высота равна 8 саж. 1 ар., а параллельныя стороны имѣютъ такую длину: одна—24 саж. 1 ар., другая—18 саж. 1 ар.?

7. Какъ велика площадь трапеціи, у которой высота 40 м., а параллельныя стороны 150 м. и 100 м.?

8. Подоконникъ имѣетъ видъ трапеціи; одна изъ параллельныхъ сторонъ имѣетъ въ длину 1 ар. 9 вр., другая 1 ар. 7 вр.; ширина подоконника 12 вр. Что будетъ стоить выкрасить 20 такихъ подоконниковъ, если платить за окраску по 30 к. съ квадратнаго аршина?

9. Чтобы устроить при школѣ площадку для игръ, купили участокъ земли въ видѣ трапеціи, параллельныя стороны которой равны 60 м. и 50 м., а высота 24 м. Сколько заплатили за эту землю, считая по 50 коп. за квадратный метръ?

10. Скатъ крыши имѣетъ видъ трапеціи, у которой параллельныя стороны равны 18 ар. и 6 ар.; высота трапеціи 8 ар. Сколько надо черепицъ, чтобы покрыть этотъ скатъ, если длина черепицы 1 фт. 4 дм., ширина 8 дм., и если черепицы должны покрывать другъ друга на $^1/_4$ своей поверхности?

11. Лугъ и лѣсъ занимаютъ прямоугольный участокъ *АБВГ* (рис. 27), длиною въ 2 вс. 80 саж. и шириною въ 1 вс. 120 саж. Граница между лугомъ и лѣсомъ, прямая линія *ДЕ*, пересѣкаетъ длинныя стороны прямоугольника такъ: *АД* = 1 вс. 460 саж., *БЕ* = 1 вс. 220 саж. Сколько десятинъ находится подъ лугомъ *АБЕД* и сколько подъ лѣсомъ *ДЕВГ*?

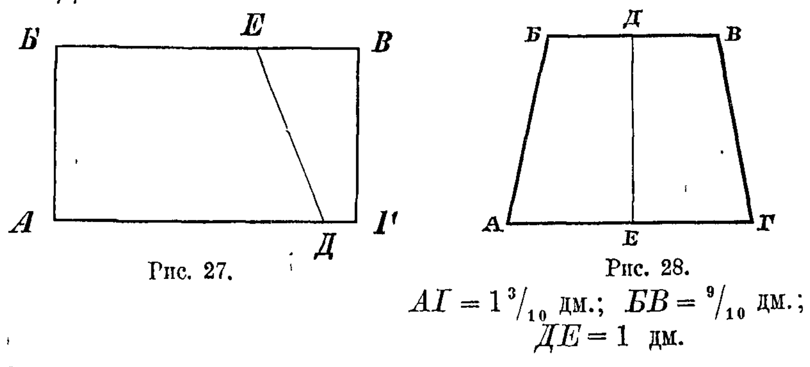


Рис. 27. Рис. 28.

АГ = $1\,^3/_{10}$ дм.; *БВ* = $^9/_{10}$ дм.; *ДЕ* = 1 дм.

12. Рисунокъ 28 представляетъ планъ земельнаго участка, начерченный въ масштабѣ 50 саженъ въ дюймѣ. Какъ велика площадь этого участка? Какъ великъ былъ бы участокъ, если бы планомъ его служилъ тотъ же рисунокъ, но масштабъ былъ бы: а) 30 саженъ въ дюймѣ; б) 8 саженъ въ дюймѣ?

13. От прямоугольнаго поля *АБВГ* (рис. 29), ширина котораго *АБ* = 80 саж., надо отрѣзать участокъ въ видѣ трапеціи *АБДЕ*, величиною въ $1^1/_2$ десятины. Отрѣзать требуется прямой линіей *ЕД*, которая выходитъ изъ точки *Е*, лежащей на сторонѣ *АГ* и отстоящей на 30 саж. отъ вершины *А*. Какъ провести эту линію, т.-е. на какомъ разстояніи отъ вершины *Б* должна быть точка *Д*?

Рис. 29.

14. Какъ называется линія, соединяющая средины непараллельныхъ сторонъ трапеціи? Что знаете вы о направленіи и о величинѣ средней линіи трапеціи?

15. Параллельныя стороны трапеціи имѣютъ длину въ 1 ар. 12 вр. и 1 ар. 10 вр. Какую длину имѣетъ средняя линія этой трапеціи?

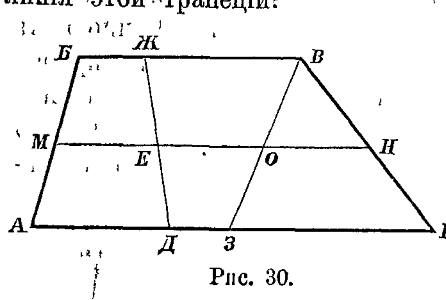


Рис. 30.

16. Какъ велика площадь трапеціи, у которой высота равна 8 саж., а средняя линія 25 саж.?

17. Средняя линія *МН* трапеціи *АБВГ* (рис. 30) раздѣлена на 3 равныя части. Через точки дѣленія *Е* и *О* проведены прямыя *ЖД* и *ВЗ*, пересѣкающія параллельныя стороны трапеціи. Эти линіи дѣлятъ трапецію на три равновеликія части. Почему?

18. Огородъ, занимающій $1^1/_4$ десятины, имѣетъ видъ трапеціи, у которой параллельныя стороны отстоятъ другъ отъ друга на 50 саж. Огородъ этотъ надо раздѣлить на 5 равновеликихъ участковъ прямыми линіями, пересѣкающими параллельныя стороны трапеціи. На какомъ разстояніи одна отъ другой будутъ тѣ точки средней линіи, черезъ которыя пройдутъ границы участковъ?

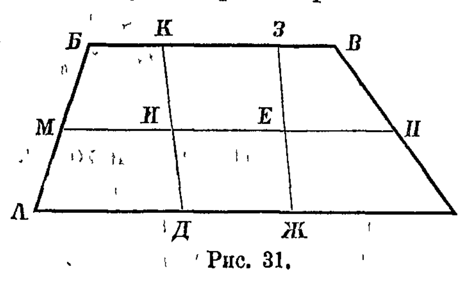


Рис. 31.

19. Поле, имѣющее видъ трапеціи *АБВГ* (рис. 31), раздѣлено на 3 равновеликихъ участка линіями *ДК* и *ЖЗ*. Средняя линія трапеціи *МН* = 450 саж. Точка *Д* отстоитъ отъ вершины *А* на разстояніи 200 саж., точка *Ж* отъ точки *Д* на 140 саж. На какомъ разстояніи находится точка *К* отъ вершины *Б* и точка *З* отъ точки *К*?

б) Построенія.

1. Начертите трапецію *АБВГ* (рис. 32), у которой одна изъ боковыхъ сторонъ была бы перпендикулярна къ основаніямъ. Превратите эту трапецію въ равновеликій прямоугольникъ: для этого продолжите меньшее основаніе и черезъ средину *О* боковой стороны *ВГ* проведите линію, перпендикулярную къ основаніямъ. Почему трапеція *АБВГ* и прямоугольникъ *АБДЕ* равновелики? Какъ велико основаніе *АЕ* прямоугольника сравнительно съ суммою основаній трапеціи и сравнительно съ средней линіей трапеціи?

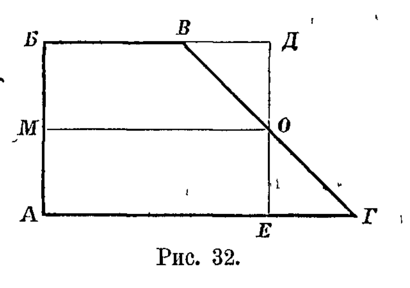


Рис. 32.

2. Постройте трапецію безъ прямыхъ угловъ и превратите ее въ равновеликій прямоугольникъ (рис. 33).

Д Б В Е

М Н

А З Ж Г

Рис. 33.

3. Начертите трапецію и раздѣлите ее на 4 равновеликія части прямыми линіями, пересѣкающими параллельныя стороны трапеціи. (См. вопросъ № 17 этого §).

4. Поле, занимающее 3 десятины, имѣетъ видъ равнобедренной трапеціи *АБВГ* (рис. 34), у которой одна изъ параллельныхъ сторонъ равна 150 саж., а другая 90 саж. Начертите планъ этого поля въ масштабѣ 30 саженъ въ дюймѣ. (Параллельныя стороны идутъ съ запада на востокъ.)

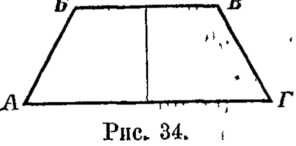


Рис. 34.

в) **Выводы.**

1. *Чтобы вычислить площадь трапеціи, надо сумму параллельныхъ сторонъ умножить на высоту и произведеніе раздѣлить пополамъ. (Площадь трапеціи равна половинѣ произведенія суммы основаній на высоту).*

$$s = \frac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$$

s—площадь; b_1 и b_2—основанія; h—высота.

2. *Площадь трапеціи равна произведенію средней линіи на высоту.*

§ 6. Четыреугольникъ вообще.

а) **Вопросы.**

1. Въ четыреугольникѣ *АБВГ* (рис. 35), не имѣющемъ параллельныхъ сторонъ, проведена діагональ *БГ,* и на нее изъ вершинъ *А* и *В* опущены перпендикуляры. Діагональ *БГ* = 6 см., перпендикуляры *АО* = 2 см., *ВЕ* = 3 см. Вычислите площади треугольниковъ *АБГ* и *БВГ*. Какъ теперь узнать площадь четыреугольника *АБВГ?* Узнайте.

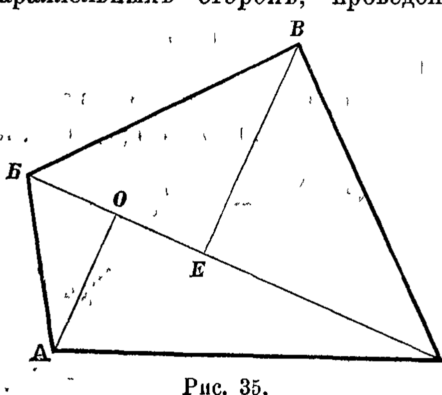


Рис. 35.

2. Лугъ имѣетъ видъ неправильнаго четыреугольника, у котораго одна изъ діагоналей равна 192 саж.; высоты треугольниковъ, для которыхъ эта діагональ служитъ общимъ основаніемъ, равны 60 саж. и 40 саж. Сколько сѣна накошено съ этого луга, если съ каждой десятины получилось сѣна 90 пудовъ?

3. Ржаное поле представляетъ собою неправильный четыреугольникъ, у котораго одна изъ діагоналей имѣетъ длину въ 150 м.; а высоты треугольниковъ, для которыхъ эта діагональ служитъ общимъ основаніемъ, равны 65 м. и 55 м. Какой урожай приноситъ это поле, если аръ даетъ, среднимъ числомъ, по 1 пуду зерна и по 3 пуда соломы и мякины?

4. Участокъ земли въ формѣ неправильнаго четыреугольника *АБВГ* (рис. 36) имѣетъ такіе размѣры: *БГ* = 50 м.; *ВЕ* = 20 м.; *АО* = 15 м. На этомъ участкѣ построенъ домъ *джзи,* длина котораго 22 м. и ширина 12 м. Остальное пространство занято дворомъ и садомъ. Сколько кв. метровъ занимаютъ дворъ и садъ вмѣстѣ?

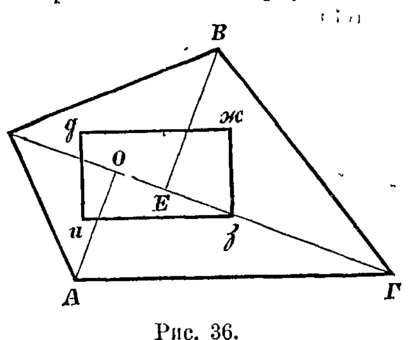


Рис. 36.

б) **Построенія.**

1. Начертите неправильный четыреугольникъ, у котораго одна изъ діагоналей имѣетъ длину въ 10 см., а перпендикуляры, опущенные на нее изъ противолежащихъ вершинъ, равны 7 см. и 5 см. Потомъ постройте равновеликій ему прямоугольникъ.

2. Постройте неправильный четыреугольникъ, у котораго одна изъ діагоналей равна 9 см., а перпендикуляры, опущенные на нее изъ противолежащихъ вершинъ, равны 3 см. и 5 см. Потомъ начертите: а) равный ему четыреугольникъ; б) не равный, но равновеликій ему четыреугольникъ.

3. На школьномъ дворѣ отмѣтьте кольями неправильный четыреугольникъ. Начертите планъ его. Измѣрьте площадь.

в) **Выводъ.**

Площадь неправильнаго четыреугольника можно узнать, сложивъ площади двухъ треугольниковъ, на которые четыреугольникъ раздѣляется діагональю.

§ 7. Многоугольникъ.

а) **Вопросы.**

1. На сколько треугольниковъ раздѣлится пятиугольникъ діагоналями, проведенными изъ одной и той же вершины? А шестиугольникъ? Семиугольникъ?

2. Пятиугольникъ *АБВГД* (рис. 37) раздѣленъ на треугольники діагоналями, выходящими изъ вершины *А*. Проведены высоты треугольниковъ. Измѣреніемъ найдено: $АВ = 60$ мм.; $АГ = 52$ мм.; $БО = 15$ мм.; $ГИ = 20$ мм.; $ДЕ = 28$ мм. Какъ велика площадь каждаго треугольника? Какъ велика площадь всего пятиугольника?

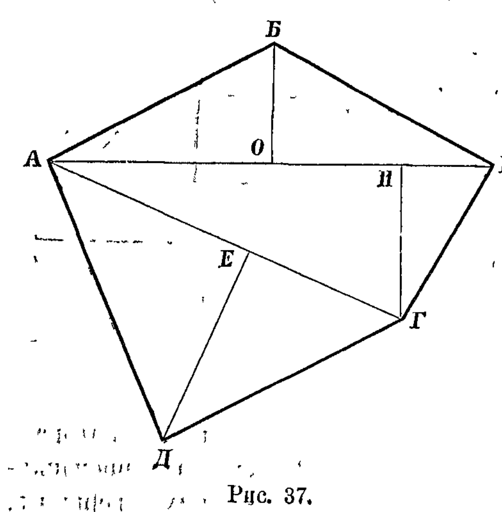


Рис. 37.

3. Въ томъ же самомъ пятиугольникѣ проведена діагональ *АВ*, и на нее опущены перпендикуляры изъ вершинъ *Б, Г* и *Д* (рис. 38). Измѣреніемъ найдено: діагональ $АВ = 60$ мм.; перпендикуляры: $БО = 15$ мм., $ГИ = 20$ мм., $ДК = 37$ мм.; разстоянія перпендикуляровъ отъ вершины *А*: $АК = 16$ мм., $АИ = 48$ мм. Какъ велики площади полученныхъ треугольниковъ и трапеціи? Какъ велика площадь всего пятиугольника? Вы вычислили площадь многоугольника двумя способами. Сравните результаты.

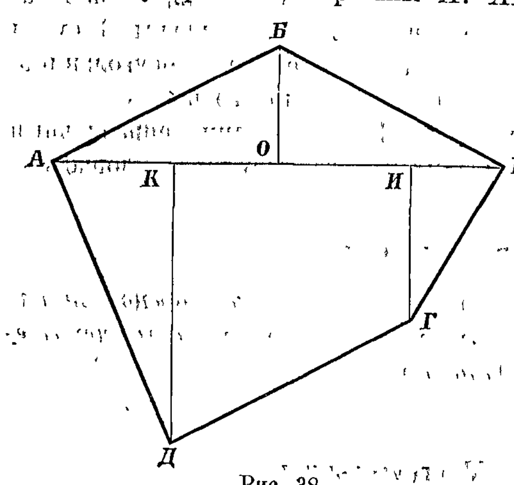


Рис. 38.

4. Поле имѣетъ видъ шестиугольника *АБВГДЕ* (рис. 39). Для вычисленія площади, многоугольникъ этотъ разбитъ на треугольники діагоналями, выходящими изъ вершины *А*. Измѣреніемъ найдено: $АВ = 160$ саж., $АГ = 200$ саж., $АД = 150$ саж.; $БК = 50$ саж., $ВЛ = 60$ саж., $ДМ = 80$ саж., $ЕН = 80$ саж. Какъ велика поверхность поля?

Сколько надо пшеницы, чтобы засѣять это поле, если на десятину идетъ сѣмянъ 1 чт. 2 чк.?

5. За 500 руб. купленъ лугъ, изображенный на рис. 40. Сколько процентовъ прибыли приносятъ эти деньги, если съ ара получается ежегодно, среднимъ числомъ, по 8 пудовъ сѣна, которое продается по 25 коп. за пудъ, и если ежегодные расходы составляютъ 9 р. 98 к.?

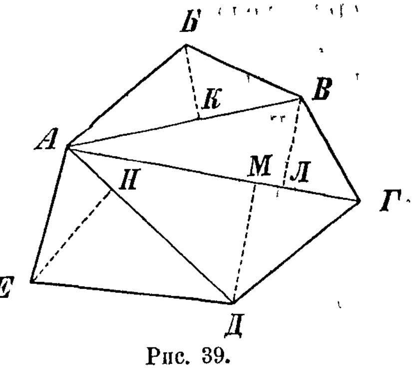


Рис. 39.

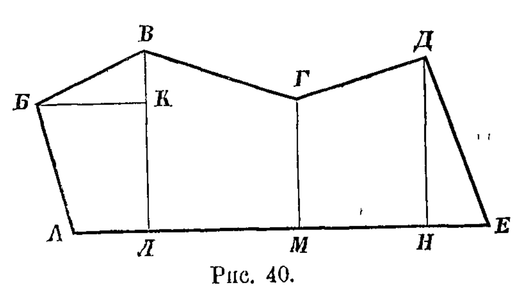


Рис. 40.

$АЛ = 18$ м. $ВЛ = 42\frac{1}{2}$ м.
$АМ = 54$ м. $ГМ = 30\frac{1}{2}$ м.
$АН = 86$ м. $ДН = 40$ м.
$АЕ = 97\frac{1}{2}$ м. $КЛ = 30\frac{1}{2}$ м.
$БК = 26$ м.

6. Участокъ земли *АБВГД* (рис. 41), величиною въ 5 десятинъ, надо раздѣлить пополамъ прямой линіей, выходящей изъ вершины *Д*. Измѣрили сторону *ДГ*, которая оказалась равною 124 саж., и перпендикулярную къ ней линію *ВК*, которая равна 80 саж. Затѣмъ измѣрили разстояніе отъ вершины *Д* до стороны *БВ*; это разстояніе $ДМ = 104$ саж. Узнайте, на какомъ разстояніи отъ вершины *В* находится

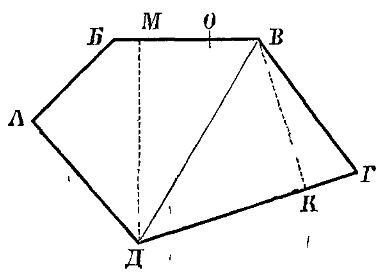


Рис. 41.

та точка *O*, которую надо соединить съ *Д*, чтобы раздѣлить участокъ пополамъ?

3. Участокъ земли *АБВГД* (рис. 42), величиною въ 9 гектаровъ, надо раздѣлить на 3 равновеликія части прямыми линіями, выходящими изъ вершины *А*. Измѣрили линію *АВ*: она равна 3 гм. 6 дкм., и перпендикулярную къ ней линію *БК*: она равна 1 гм. Затѣмъ измѣрили разстояніе отъ вершины *А* до стороны *ВГ*; это разстояніе *АЖ* = 3 гм. Узнайте, на какомъ разстояніи отъ вершины *В* лежатъ тѣ точки *O* и *E*, которыя надо соединить съ *А*, чтобы раздѣлить весь участокъ на 3 равновеликія части?

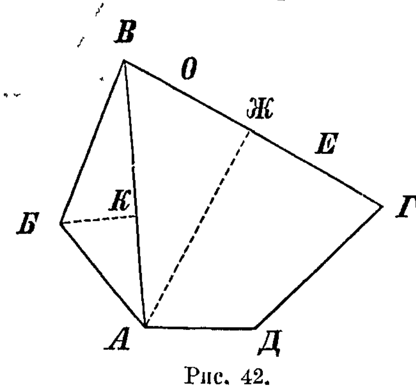


Рис. 42.

б) Построенія.

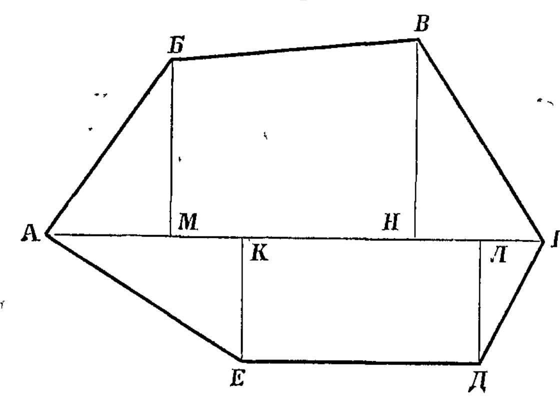


Рис. 43.

АМ = 40 саж.	*БМ* = 56 саж.
АК = 60 саж.	*ВН* = 64 саж.
АН = 120 саж.	*ЕК* = 40 саж.
АЛ = 140 саж.	*ДЛ* = 40 саж.
АГ = 160 саж.	

1. Начертите планъ поля по даннымъ, указаннымъ на рис. 43. Масштабъ 40 саженъ въ дюймѣ. Линія *АГ* направлена съ запада на востокъ.

2. Въ томъ же масштабѣ постройте равнобедренный треугольникъ съ основаніемъ въ 200 саж., равновеликій многоугольнику, изображенному на рис. 43.

в) Выводъ.

Чтобы опредѣлить площадь неправильнаго многоугольника, раздѣляютъ его на треугольники или на треугольники и трапеціи, вычисляютъ и складываютъ площади этихъ фигуръ.

§ 8. Правильные многоугольники.

а) Вопросы.

1. Какъ называется многоугольникъ, у котораго всѣ стороны и всѣ углы равны между собою?

2. Какъ называется правильный многоугольникъ относительно круга, окружность котораго проходитъ черезъ всѣ вершины многоугольника? Какъ называется кругъ относительно этого многоугольника?

3. Какъ называется правильный многоугольникъ относительно круга, который касается всѣхъ сторонъ многоугольника? Какъ называется кругъ относительно этого многоугольника?

4. Гдѣ сходятся всѣ линіи, дѣлящія пополамъ углы правильнаго многоугольника? На сколько и на какіе треугольники дѣлится многоугольникъ этими линіями?

5. Гдѣ сходятся всѣ перпендикуляры, возстановленные изъ срединъ сторонъ правильнаго многоугольника?

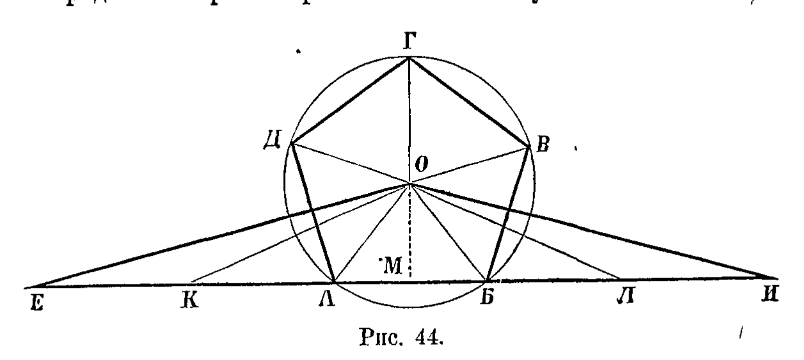


Рис. 44.

6. Сторона правильнаго пятиугольника равна 1 м., а разстояніе стороны отъ центра, т.-е. апоѳема *ОМ* = 69 см. (рис. 44). Пятиугольникъ раздѣленъ на треугольники линіями,

соединяющими центръ съ вершинами. Вычислите площадь одного изъ этихъ треугольниковъ *АОБ*. Какъ потомъ опредѣлить площадь пятиугольника? Опредѣлите.

7. На продолженіяхъ стороны *АБ* (рис. 44) отложены части *АК*, *КЕ*, *БЛ*, *ЛИ*, равныя сторонѣ пятиугольника, такъ, что *ЕИ* имѣетъ одинаковую длину съ периметромъ его. Точки *Е*, *К*, *А*, *Б*, *Л*, *И* соединены съ центромъ. Почему равновелики между собою треугольники *ЕОК*, *КОА*, *АОБ*, *БОЛ*, *ЛОИ*? Укажите на рис. 44 треугольникъ, равновеликій пятиугольнику *АБВГД*. Какое основаніе и какую высоту имѣетъ треугольникъ *ЕОИ*?

8. Сторона правильнаго шестиугольника равна 4 м., апоѳема 3 м. 46 см. Какъ велика площадь этого шестиугольника?

9. Сторона правильнаго восьмиугольника равна 2 м. 35 см., апоѳема 2 м. 84 см. Какъ велика площадь этого восьмиугольника?

б) Построенія.

1. Начертите правильный шестиугольникъ, периметръ котораго былъ бы равенъ 12 см.

2. Превратите этотъ шестиугольникъ въ равновеликій треугольникъ, основаніе котораго было бы равно периметру шестиугольника.

3. Полученный треугольникъ превратите въ равновеликій прямоугольникъ, не измѣняя высоты.

в) Выводъ.

Чтобы вычислить площадь правильнаго многоугольника, надо периметръ умножить на апоѳему и произведеніе раздѣлить пополамъ. (*Площадь правильнаго многоугольника равна половинѣ произведенія периметра на апоѳему*).

$$s = \frac{p \cdot a}{2}$$

s — площадь; p — периметръ; a — апоѳема.

§ 9. Кругъ.

а) Вопросы.

1. Во сколько разъ окружность длиннѣе своего діаметра? (рис. 45).

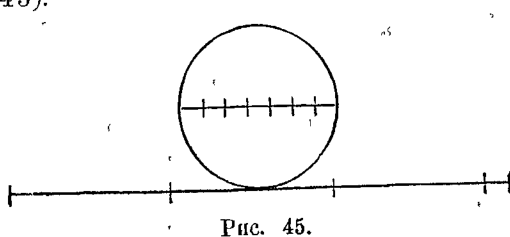


Рис. 45.

Число, показывающее, во сколько разъ окружность больше своего діаметра, обозначается греческой буквой π (пи). Приблизительно $\pi = 3^1/_7$, или $\pi = 3{,}14$. Болѣе точно $\pi = 3{,}1416$.

2. Какую длину имѣетъ окружность, у которой діаметръ равенъ: а) 28 дм.; б) 1 м. 40 см.? ($\pi = 3^1/_7$).

3. Какова длина окружности, у которой радіусъ равенъ: а) 10 верст.; б) 20 километр.? ($\pi = 3{,}1416$).

4. Діаметръ одного изъ зубчатыхъ колесъ равенъ 16 см. 8 мм., діаметръ другого 9 см. 8 мм. (рис. 46). Разстояніе между срединами зубцовъ на обоихъ колесахъ одинаково, именно 11 мм. Сколько зубцовъ на томъ и другомъ колесѣ? ($\pi = 3^1/_7$).

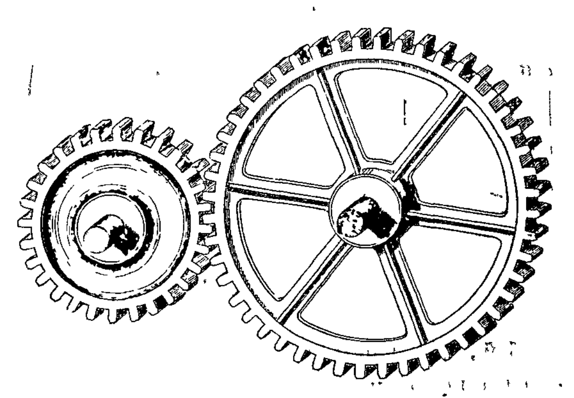


Рис. 46.

5. Въ кругъ вписаны: правильный шестиугольникъ и правильный двѣнадцатиугольникъ (рис. 47). Который изъ этихъ многоугольниковъ ближе подходитъ къ кругу? Периметръ котораго изъ нихъ менѣе отличается отъ окружности? Апоѳема какого многоугольника меньше отличается отъ ра-

діуса? А что можно сказать о многоугольникѣ, у котораго 24 стороны? 48 сторонъ?

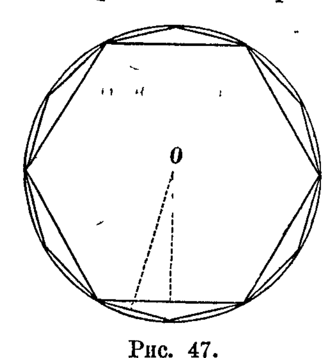


Рис. 47.

6. Если правильный многоугольникъ имѣетъ чрезвычайно много очень маленькихъ сторонъ, то за какую фигуру можно принять такой многоугольникъ? За что̀ можно считать периметръ его? апоѳему?

7. Какъ вычисляется площадь правильнаго многоугольника по его периметру и апоѳемѣ? Чѣмъ надо замѣнить периметръ и апоѳему, чтобы опредѣлить площадь круга?

8. Какъ велика площадь круга, у котораго діаметръ равенъ: а) 1 фт. 2 дм.; б) 28 см.? ($\pi = 3^1/_7$).

9. Какъ велика площадь круга, у котораго діаметръ равенъ: а) 20 арш.; б) 10 м.? ($\pi = 3{,}14$).

10. Стволъ дерева (у корня) имѣетъ въ обхватѣ 9 фт. 2 дм. Какъ великъ діаметръ, и какъ велика площадь поперечнаго разрѣза? ($\pi = 3^1/_7$).

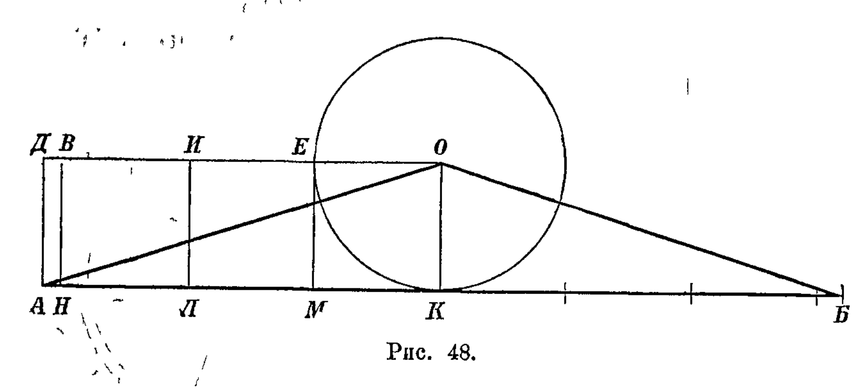


Рис. 48.

11. На касательной, по обѣ стороны отъ точки касанія *К*, отложено по 3 радіуса и еще по $^1/_7$ радіуса (рис. 48). Сравните длину прямой *АБ* съ длиною окружности. Сравните площадь круга съ площадью треугольника *АОБ*. Если треугольникъ *БОК* приложить къ треугольнику *АОК*, какъ показано на рис. 48, то треугольникъ *АОБ* превратится въ равновеликій ему прямоугольникъ *АДОК*. На какія фигуры дѣлится этотъ прямоугольникъ линіями *ЕМ*, *ИЛ*, *ВН*? Во сколько разъ площадь круга больше площади квадрата, сторона котораго равна радіусу круга?

12. Радіусъ круга $OK = 14$ см. (рис. 48). Какъ велика площадь квадрата *МЕОК*, сторона котораго равна радіусу? Какъ теперь узнать площадь круга? Узнайте.

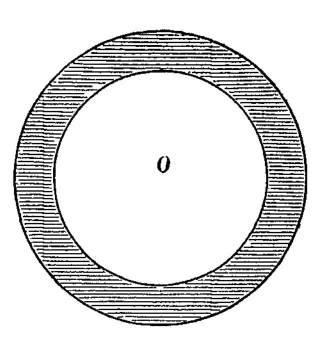
13. Радіусъ одного круга равенъ 7 фт., радіусъ другого 14 фт., радіусъ третьяго 21 фт. Вычислите окружности и площади этихъ круговъ. Во сколько разъ радіусъ второго и третьяго круга больше радіуса перваго круга? Во сколько разъ окружность второго и третьяго круга больше окружности перваго? Во сколько разъ площадь второго и третьяго круга больше площади перваго?

14. Какъ велика площадь круга, у котораго радіусъ равенъ: а) 10 саж.; б) 30 м.? ($\pi = 3{,}14$).

15. Какъ велика площадь круга, у котораго діаметръ равенъ: а) 2 верст.; б) 3 км.? ($\pi = 3{,}1416$).

16. На лугу пасется лошадь, на привязи; длина веревки 4 сж. 2 ар. Какъ велика поверхность луга, на которой лошадь можетъ ѣсть траву? ($\pi = 3^1/_7$).

17. Какъ велика площадь кругового кольца (рис. 49), если радіусъ одной изъ концентрическихъ окружностей равенъ 18 саж. 2 ар., радіусъ другой окружности 14 саж.? ($\pi = 3^1/_7$).



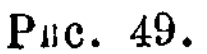


Рис. 49.

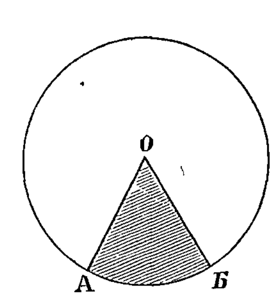


Рис. 50.

18. Какъ велика площадь кругового вырѣзка (сектора) *АОБ* (рис. 50), если радіусъ его равенъ 30 см., а уголъ содержитъ 60°? ($\pi = 3{,}14$), (Узнайте сначала, во сколько разъ площадь сектора меньше площади всего круга).

19. Какъ велика площадь сектора, дуга котораго имѣетъ длину въ 1 ар. 12 вр., а радіусъ равенъ 1 ар. 8 вр.? (Длину дуги умножьте на половину радіуса).

б) Построенія.

1. Начертите кругъ и раздѣлите окружность на 12 равныхъ частей. Черезъ точки дѣленія проведите діаметры (рис. 51). Вырѣжьте кругъ и разрѣжьте по этимъ діаметрамъ. Изъ полученныхъ 12-ти секторовъ составьте фигуру, изображенную на рис. 52. Если бы вы разрѣзали кругъ не на 12

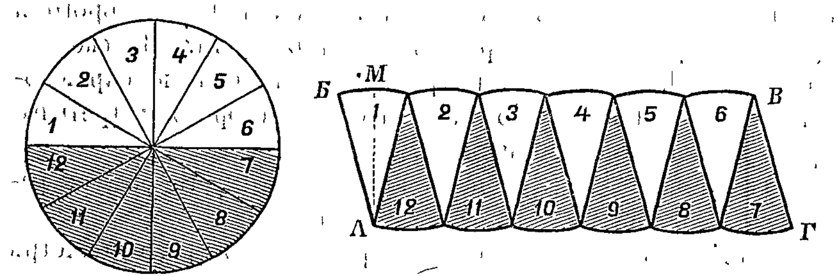


Рис. 51. Рис. 52.

секторовъ, а на 24, на 48 и т. д., то къ какому четыреугольнику все ближе подходила бы фигура *АБВГ*? Сравните основаніе этого параллелограмма съ длиною окружности, а высоту съ радіусомъ. Какъ вычислить площадь параллелограмма? Какъ вычислить площадь круга?

2. Сдѣлайте построеніе, указанное на рис. 48 (см. вопросъ № 11 этого §). Сравните площадь круга съ площадью квадрата, сторона котораго равна радіусу.

в) Выводы.

1. *Отношеніе окружности къ діаметру* $\pi = 3^1/_7$, *или* $\pi = 3{,}14$ (*приблизительно*). *Болѣе точно* $\pi = 3{,}1416$.

2. *Длина окружности равна діаметру, умноженному на* π.

$$c = 2 \cdot \pi \cdot r.$$

c—длина окружности; r—радіусъ.

3. *Площадь круга равна половинѣ произведенія окружности на радіусъ.*

$$s = \frac{c \cdot r}{2}$$

s—площадь; c—окружность; r—радіусъ.

4. *Площадь круга равна квадрату радіуса, умноженному на* π.

$$s = \pi \cdot r^2.$$

s—площадь; r—радіусъ.

ГЛАВА II. ПОВЕРХНОСТИ и ОБЪЕМЫ ТѢЛЪ.

§ 10. Кубъ.

а) Вопросы.

1. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность куба? (рис. 53). Какія фигуры служатъ гранями куба?

2. Какъ называется та грань, на которой стоитъ кубъ? Какая грань будетъ другимъ основаніемъ куба? Какъ называются прочія грани?

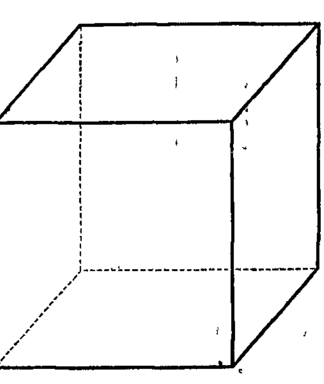


Рис. 53.

3. Сколько реберъ и сколько вершинъ имѣетъ кубъ?

4. Что можно сказать о длинѣ всѣхъ реберъ куба? Что можно сказать о направленіи реберъ куба?

5. Изъ какихъ фигуръ состоитъ сѣтка куба (развернутая поверхность куба)? (рис. 54).

6. Какъ велика площадь каждой грани куба, у котораго ребро равно 5 дм.? Какъ велика полная поверхность этого куба?

7. Какъ велика полная поверхность куба, у котораго ребро равно: а) 1 ар. 4 вр.; б) 2 м. 50 см.?

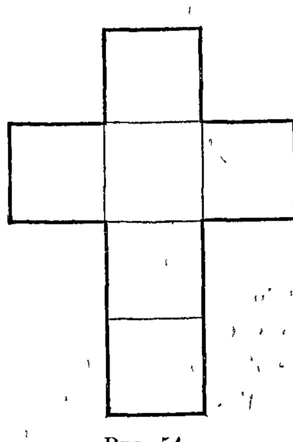


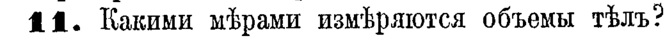
Рис. 54.

---

8. По сколькимъ направленіямъ надо измѣрить тѣло, чтобы узнать его величину? Сколько измѣреній имѣетъ тѣло?

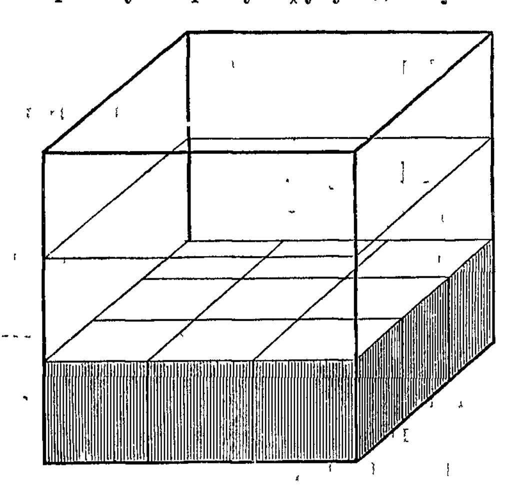
9. Какъ назовете вы три измѣренія комнаты? книги? колодца?

10. Какъ называется величина того пространства, которое занимаетъ тѣло?



11. Какими мѣрами измѣряются объемы тѣлъ?

12. Какъ называется кубъ, у котораго ребро равно сажени? аршину? вершку? футу? дюйму?



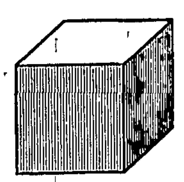


Рис. 55.

13. Кубы, изображенные на рис. 55, представляютъ, въ уменьшенномъ видѣ, кубическую сажень и кубическій аршинъ. Сколько кб. аршинъ въ кб. сажени? Какъ это вычислить?

14. Сколько кб. футовъ въ кб. сажени? Сколько кб. дюймовъ въ кб. футѣ? Сколько кб. вершковъ въ кб. аршинѣ? Сколько кб. дюймовъ въ кб. аршинѣ?

15. Какъ называется кубъ, у котораго ребро равно 1 метру? 1 дециметру? 1 сантиметру? (На рис. 56 изображенъ въ натуральную величину кубическій сантиметръ).

Рис. 56.

16. На рис. 57, въ уменьшенномъ видѣ, изображенъ кубическій дециметръ; а на рис. 58 изображенъ слой длиною и шириною въ 1 дециметръ и вышиною въ 1 сантиметръ. Изъ сколькихъ кубическихъ сантиметровъ состоитъ этотъ слой? Изъ сколькихъ такихъ слоевъ состоитъ кубическій дециметръ? Сколько кб. сантиметровъ содержитъ кб. дециметръ?

17. Сколько кб. дециметровъ содержитъ кб. метръ? Сколько кб. миллиметровъ содержитъ кб. сантиметръ?

18. Какъ называется кубическій метръ, когда имъ измѣряютъ топливо и строительные матеріалы? (рис. 59). Что такое декастèръ?

19. Сколько надо кубическихъ дюймовъ, чтобы составить кубъ, ребро котораго имѣло бы длину въ 2 дм.?

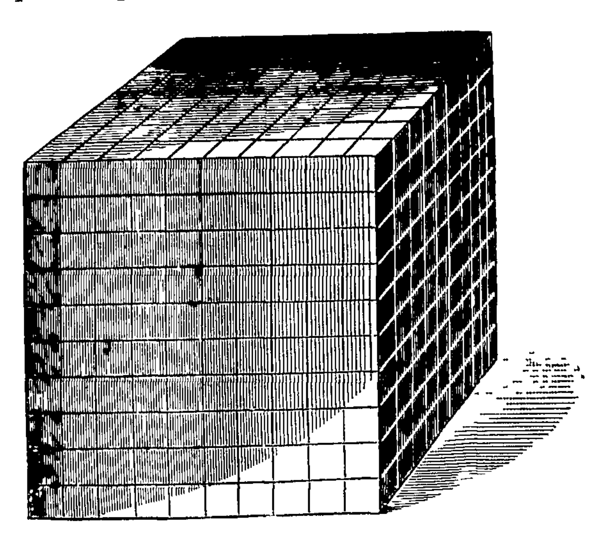


Рис. 57.

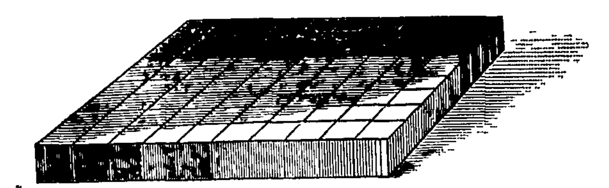


Рис. 58.

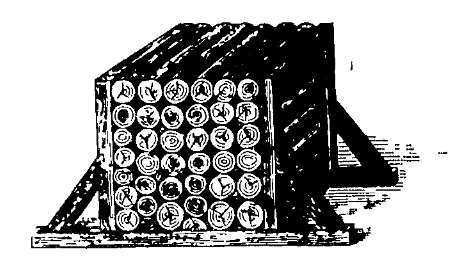


Рис. 59.

20. Сколько надо кубическихъ сантиметровъ, чтобы составить кубъ съ ребромъ: а) въ 3 см.? б) въ 4 см.?

21. На сколько кубическихъ футовъ можно разложить кубъ, ребро котораго равно 5 футамъ?

22. На сколько кубическихъ дециметровъ можно разложить кубъ, ребро котораго равно: а) 6 дцм.? б) 8 дцм.?

23. Какъ вычислить объемъ куба?

Когда число, напр. 8, умножается само на себя два раза, то произведеніе 8.8.8 пишутъ такъ: 8^3, и читаютъ: 8 въ кубѣ. Ребро куба равно 11 верш. Обозначьте дѣйствіе, которое надо сдѣлать для вычисленія объема этого куба. Вычислите.

24. Вычислите объемъ куба, у котораго ребро равно: а) 12 верш.; б) 2 фт. 6 дм.

25. Вычислите объемъ куба, у котораго ребро равно: а) 60 см.; б) 2 м. 50 см.

26. Кубическій дюймъ воды вѣситъ $^1/_{25}$ фунта. Сколько вѣситъ вода, наполняющая кубическій сосудъ, ребро котораго равно 10 дм.?

27. Метрическая мѣра вѣса—граммъ—есть вѣсъ одного кубическаго сантиметра воды. Сколько граммовъ вѣситъ 1 кубическій дециметръ воды? Какъ называется мѣра вѣса въ 1000 граммовъ?

При рѣшеніи вопросовъ №№ 28—32 смотрите таблицу удѣльныхъ вѣсовъ, въ концѣ книги.

28. Сколько вѣситъ кусокъ льду, имѣющій видъ куба, ребро котораго равно 1 фт. 8 дм.?

29. Сколько граммовъ вѣситъ кусокъ сахару, имѣющій видъ куба, ребро котораго 5 см.? Переведите этотъ вѣсъ въ русскія мѣры, считая, что граммъ = $^1/_4$ золотника.

30. Сколько килограммовъ вѣситъ кусокъ гранита, имѣющій форму куба, ребро котораго равно 50 см.? Переведите этотъ вѣсъ въ русскія мѣры, считая, что 1 килограммъ = 2 фн. 14 лт.

31. Сколько вѣситъ стеклянный кубъ, ребро котораго равно 4 см.?

32. Сколько вѣситъ наполненный водою кубическій сосудъ, ребро котораго 20 см., если пустой сосудъ вѣситъ 250 грам.? Сколько вѣситъ тотъ же сосудъ, наполненный масломъ? ртутью?

б) Построенія.

1. Представьте себѣ горизонтальную (*Г*) и вертикальную (*В*) плоскости, напр., полъ и стѣну комнаты (рис. 60).

Вообразите, что изъ всѣхъ вершинъ куба опущены перпендикуляры на эти плоскости, и на каждой изъ нихъ соединены тѣ точки, въ которыхъ перпендикуляры пересѣкаютъ

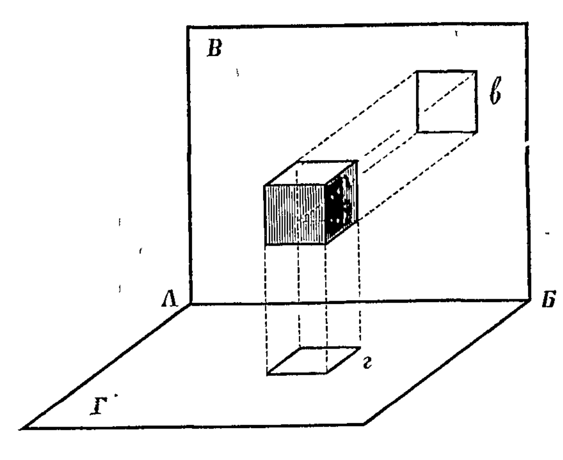


Рис. 60.

эти плоскости. Полученныя фигуры будутъ *проэкціями* куба: фигура *г* есть горизонтальная проэкція, фигура *в* — вертикальная проэкція.

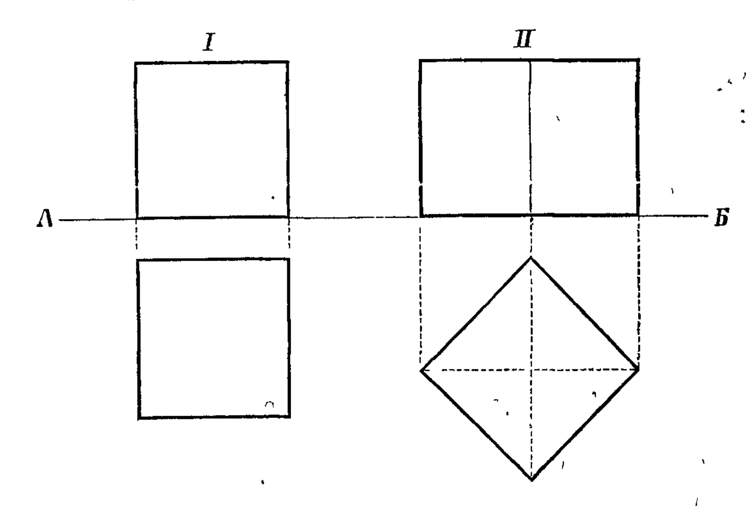


Рис. 61.

Проведите прямую *АБ* (рис. 61). Пусть *АБ* изображаетъ линію, по которой пересѣкаются между собою горизонтальная и вертикальная плоскости: вертикальная плоскость

расположена кверху отъ *АБ*, горизонтальная — книзу отъ *АБ*. Кубъ, ребро котораго равно 6 см., поставленъ на горизонтальную плоскость такъ, что двѣ грани его параллельны вертикальной плоскости, и ближайшая изъ нихъ отстоитъ отъ нея на $1^1/_2$ см. Начертите горизонтальную и вертикальную проэкцію этого куба (рис. 61, I). Потомъ начертите обѣ проэкціи того же куба, когда онъ поставленъ на горизонтальную плоскость такъ, что боковыя грани его образуютъ съ вертикальной плоскостью углы въ 45° (рис. 61, II).

2. Начертите тотъ же кубъ такъ, какъ показано на рис. 53: передняя и задняя грани изображены квадратами, прочія грани—параллелограмами (ребра, идущія отъ передней грани къ задней, изобразите въ уменьшенномъ видѣ).

3. Начертите сѣтку куба, ребро котораго равно 4 см. (рис. 54). Вырѣжьте и согните такъ, чтобы образовался кубъ.

в) Выводы.

1. *Чтобы найти полную поверхность куба, надо вычислить площадь одной грани и умножить ее на 6.*

$$\overline{S} = 6 . a^2$$

$\overline{S}$ — полная поверхность; a — ребро.

2. *Объемы измѣряются объемами.*

3. *Мѣрами объемовъ служатъ кубы, у которыхъ ребра равны какой-либо линейной единицѣ.*

4. *Чтобы вычислить объемъ куба, надо ребро его умножить само на себя два раза.*

$$V = a^3$$

V — объемъ; a — ребро.

Метрическія мѣры объемовъ.

1 кб. м. = 1000 кб. дцм.

1 кб. дцм. = 1000 кб. см.

1 кб. см. = 1000 кб. мм.

Стѣръ = 1 кб. метру.

Декастѣръ = 10 стер. (приблиз. = 1 кб. сажени).

Метрическія мѣры вѣса.

Граммъ (г.) = вѣсу 1 кб. см. воды.

Килограммъ (кг.) = 1000 грам.

Квинталь = 100 килограм.

Тонна = 1000 килограм.

На рис. 62 изображены, въ натуральную величину, гири въ 1 граммъ, 10 граммовъ (декаграммъ) и 100 граммовъ (гектограммъ). Такія гири дѣлаются изъ желтой мѣди.

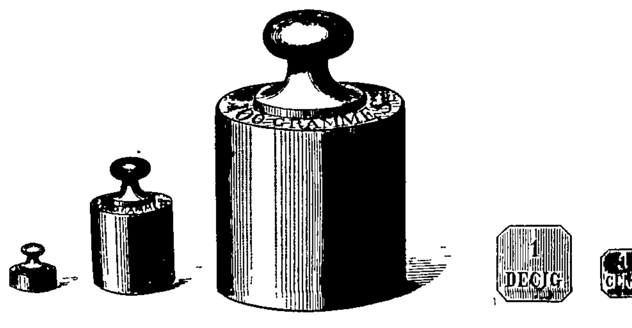


Рис. 62. Рис. 63.

Мѣры, меньшія грамма, дѣлаются въ видѣ тонкихъ мѣдныхъ пластинокъ. На рис. 63 изображены, въ натуральную величину: $^1/_{10}$ грамма (дециграммъ) и $^1/_{100}$ грамма (сантиграммъ). Такія мѣры употребляютъ аптекаря, золотыхъ дѣлъ мастера.

Приблизительно.

1 граммъ	= $^1/_4$ золотн.	(точнѣе $22^1/_2$ дол.).
1 килограм.	= $2^1/_2$ фунт.	(точнѣе 2 фн. 42 зл.).
1 тонна	= 61 пуду.	
1 фунтъ	= $^2/_5$ килогр.	(точнѣе 410 грам.).
1 золотн.	= $4^1/_4$ грам.	

§ 11. Прямая призма.

а) Вопросы.

1. Какое образуется тѣло, если поставить одинъ на другой нѣсколько одинаковыхъ кубовъ (напр. кубиковъ ариѳметическаго ящика) такъ, какъ показано на рис. 64?

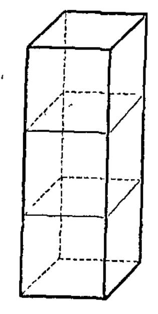
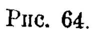



Рис. 64.

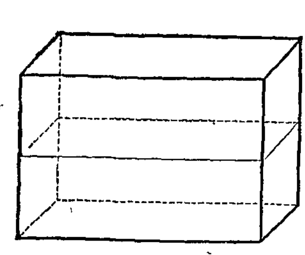


Рис. 65.

2. Какія фигуры служатъ основаніями полученной призмы?

3. Что можете вы сказать о боковыхъ граняхъ квадратной призмы? объ ея ребрахъ?

4. Какое получится тѣло, если положить одну на другую нѣсколько квадратныхъ призмъ (наприм. брусковъ ариѳметическаго ящика) такъ, какъ показано на рис. 65? Какія фигуры служатъ основаніями прямоугольной призмы? Что можете вы сказать о боковыхъ граняхъ ея? о ребрахъ?

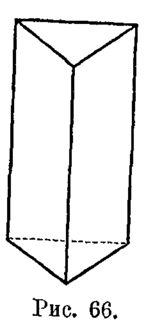
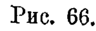



Рис. 66.

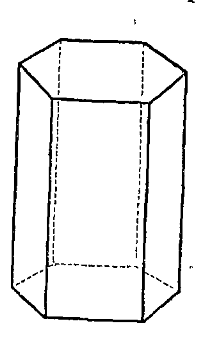


Рис. 67.

5. Какъ называется призма, у которой основаніями служатъ треугольники? (рис. 66). Пятиугольники? Шестиугольники? (рис. 67).

6. Сколько всѣхъ граней имѣетъ треугольная призма? пятиугольная? шестиугольная?

7. Какія фигуры служатъ боковыми гранями всякой прямой призмы?

8. Какъ называется разстояніе между основаніями призмы? Сравните высоту прямой призмы съ боковымъ ребромъ ея.

9. Какую фигуру образуетъ развернутая боковая поверхность призмы? (рис. 68). Сравните длину *КН* этого прямо-

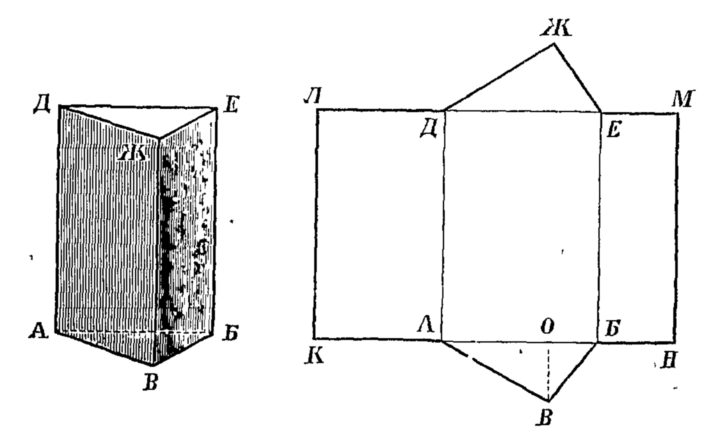


Рис. 68.

угольника съ периметромъ основанія призмы, а ширину *КЛ* — съ высотою призмы.

10. Какъ вычислить боковую поверхность призмы?

11. Треугольникъ *АБВ*, служащій основаніемъ призмы (рис. 68), имѣетъ такія стороны: *АБ* = 21 дм., *АВ* = 17 дм., *БВ* = 10 дм. Высота призмы *АД* = 30 дм. Какъ велика боковая поверхность этой призмы?

12. Въ треугольникѣ *АБВ* (рис. 68) высота *ВО* = 8 дм. Какъ велика площадь основанія призмы? площади обоихъ основаній вмѣстѣ? Какъ велика полная поверхность этой призмы?

13. Какъ вычислить полную поверхность призмы?

14. Основаніемъ призмы служитъ прямоугольникъ, длиною въ 1 ар. 4 вр. и шириною въ 12 вр. Высота призмы 5 ар. Вычислите полную поверхность этой призмы.

15. Длина комнаты 12 ар., ширина 10 ар., высота 5 ар. Во что обойдется оклейка этой комнаты, если кусокъ обоевъ,

длиною въ 11 ар. и шириною въ 12 верш., стоитъ 45 к.; кусокъ бордюра, длиною въ 11 ар., стоитъ 25 к.; за работу берутъ по 15 к. съ куска обоевъ или бордюра? На двери и окна надо скинуть $^1/_4$ поверхности стѣнъ.

16. На какую сумму надо купить дерева, чтобы сдѣлать шкапъ вышиною въ 2 м., шириною въ 1 м. 50 см. и глубиною въ 50 см., если платить за матеріалъ:

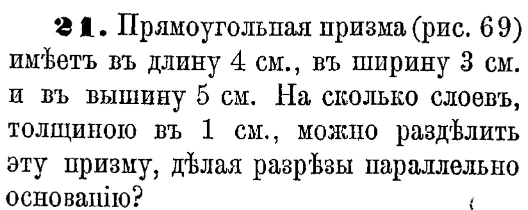
1) для передней части по 1 р. 75 к. за кв. метръ;
2) для боковыхъ стѣнокъ по 1 р. за кв. метръ;
3) для задней стѣнки (вышина ея 1 м. 80 см.) по 1 р. за кв. метръ;
4) для дна, верха и шести полокъ по 1 р. за кв. метръ;
5) для четырехъ зубчатыхъ реекъ, въ 1 м. 80 см. каждая, по 10 к. за метръ?

17. Что будетъ стоить выкрасить этомъ шкапъ (спереди и съ боковъ), если платить за окраску по 75 к. съ кв. метра?

18. Во что обойдется весь шкапъ, если положить на гвозди и клей 58 к., на петли и замокъ 1 р. 50 к. и за работу 7 р. 50 к.?

19. Какъ велика полная поверхность призмы вышиною въ 2 ар. 8 вр., у которой основаніемъ служитъ прямоугольный треугольникъ, имѣющій стороны въ 12 верш., 1 ар. и 1 ар. 4 вр.?

20. Столбъ имѣетъ видъ правильной шестиугольной призмы (основаніемъ служитъ правильный шестиугольникъ); сторона основанія равна 20 см.; высота столба 2 м. 50 см. Что будетъ стоить выкрасить съ боковъ 50 такихъ столбовъ, если платить за окраску по 20 к. съ кв. метра?



21. Прямоугольная призма (рис. 69) имѣетъ въ длину 4 см., въ ширину 3 см. и въ вышину 5 см. На сколько слоевъ, толщиною въ 1 см., можно раздѣлить эту призму, дѣлая разрѣзы параллельно основанію?

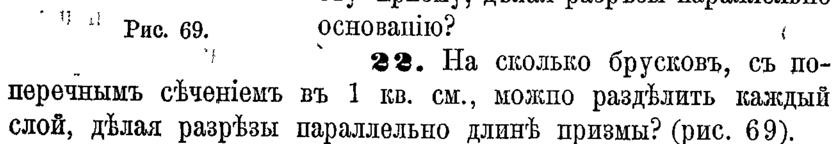


Рис. 69.

22. На сколько брусковъ, съ поперечнымъ сѣченіемъ въ 1 кв. см., можно раздѣлить каждый слой, дѣлая разрѣзы параллельно длинѣ призмы? (рис. 69).

23. На сколько кубическихъ сантиметровъ можно раздѣлить каждый брусокъ? (рис. 69). Сколько кубическихъ сантиметровъ содержитъ каждый слой? все тѣло?

24. Призма, изображенная на рис. 69, раздѣлена такъ, какъ показано на рис. 70. Какъ великъ объемъ каждой изъ полученныхъ треугольныхъ призмъ? Сколько квадратныхъ сантиметровъ содержитъ основаніе треугольной призмы? Какова высота ея?

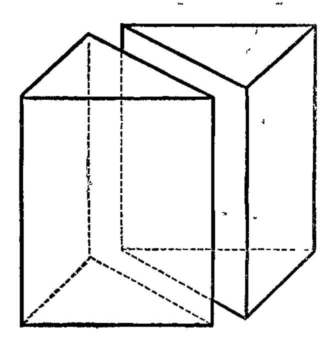


Рис. 70.

25. Сосудъ имѣетъ видъ призмы. Основаніемъ служитъ какой-нибудь многоугольникъ, площадь котораго равна 10 кв. дм. Сколько кб. дюймовъ воды надо влить въ этотъ сосудъ, чтобы вода стояла на высотѣ 1-го дюйма? 3-хъ дюймовъ? 7-ми дюймовъ?

26. Какъ вычислить объемъ призмы?

27. Сколько пудовъ вѣситъ сухая сосновая балка, длиною въ 10 ар., у которой поперечное сѣченіе есть квадратъ со стороною въ 20 дм.? (См. § 10, вопросъ № 26, и таблицу удѣльныхъ вѣсовъ).

28. Сколько килограммовъ вѣситъ чугунная T-образная балка, у которой поперечное сѣченіе равно 30 кв. см., а длина 10 м.? (См. § 10, вопросъ № 27, и таблицу удѣльныхъ вѣсовъ).

29. Какъ великъ объемъ призмы, у которой высота равна 25 см., а основаніемъ служитъ прямоугольный треугольникъ, имѣющій катеты въ 12 см. и 18 см.?

30. Стоимость постройки зданій часто опредѣляется по числу кубическихъ саженъ, при чемъ берутъ въ расчетъ вышину зданія до крыши. Сколько будетъ стоить выстроить деревянный домъ, длиною въ 7 саж., шириною въ 6 саж. и вышиною (до крыши) 4 саж., считая по 45 руб. съ кубической сажени (съ кубика)?

31. Сколько кубическихъ аршинъ воздуху содержитъ классная комната, длиною въ 12 ар., шириною въ 8 ар. и вышиною въ 5 ар.?

32. Самое большее—сколько учащихся могутъ быть помѣщены въ этой комнатѣ, если на каждаго ученика должно приходиться, по меньшей мѣрѣ, 10 кубическихъ аршинъ воздуха?

33. Измѣрьте объемъ вашей классной комнаты и вычислите, сколько кубическихъ аршинъ воздуха приходится на каждаго ученика.

34. Подъ двухскатною крышею (рис. 71) устроенъ сѣноваль. Длина его 4 саж. 1 ар., ширина 1 саж. 2 ар. и вышина 2 саж. Сколько пудовъ сѣна можетъ помѣститься въ этомъ сѣновалѣ, если пудъ сѣна занимаетъ $^1/_2$ кб. аршина?

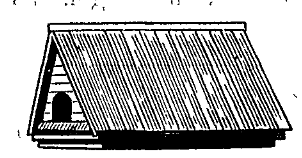


Рис. 71.

35. При проведеніи желѣзной дороги была сдѣлана насыпь на протяженіи 1 вс. 300 сж. Высота насыпи 3 сж., ширина насыпи: снизу 8 саж., сверху 6 саж. (рис. 72). Чтобы достать нужную для насыпи землю, отведенъ былъ участокъ, на которомъ и вынута земля до глубины 1 сажени. Сколько десятинъ было отведено для выемки земли?

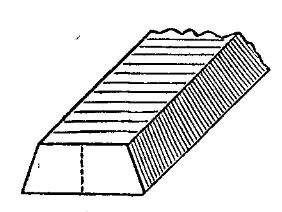


Рис. 72.

36. Вычислите полную поверхность и объемъ правильной шестиугольной призмы, у которой высота равна 3 м., сторона основанія 1 м., а разстояніе стороны отъ центра (апоѳема) 87 см.

б) Построенія.

1. Прямоугольная призма имѣетъ такія измѣренія: длина

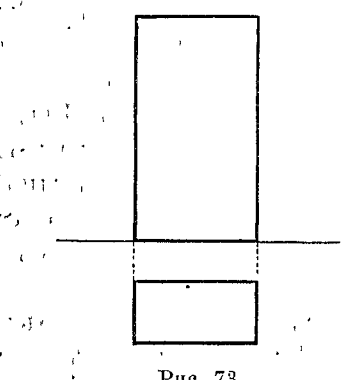


Рис. 73.

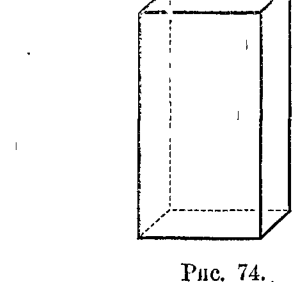


Рис. 74.

ея равна 3 см., ширина 1 см. 55 мм., высота 5 см. 6 мм. Начертите горизонтальную и вертикальную проэкцію этой

призмы, когда она стоитъ на горизонтальной плоскости такъ, что двѣ боковыя грани параллельны вертикальной плоскости (рис. 73). (См. § 10, построеніе № 1).

2. Начертите ту же призму такъ, какъ показано на рис. 74: передняя и задняя грани изображены прямоугольниками, прочія грани — параллелограммами. (Ребра, идущія отъ передней грани къ задней, изобразите въ уменьшенномъ видѣ).

3. Начертите сѣтку той же призмы (рис. 75). Вырѣжьте и согните такъ, чтобы образовалась призма.

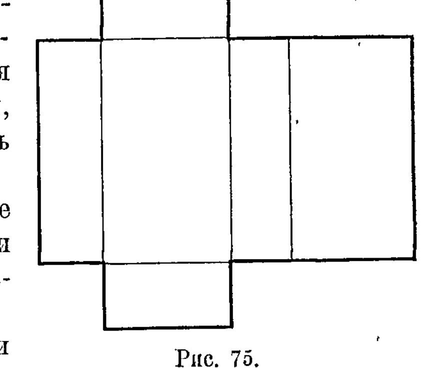


Рис. 75.

4. Сдѣлайте такія же три построенія для квадратной призмы, высота которой 6 см., а сторона основанія 4 см.

в) Выводы.

1. *Чтобы вычислить боковую поверхность прямой призмы, надо периметръ ея основанія умножить на высоту.*

$$S = P . H.$$

S—боковая поверхность; P—периметръ; H—высота.

2. *Чтобы найти полную поверхность призмы, надо къ боковой поверхности прибавить площади обоихъ основаній.*

$$\bar{S} = P . H + 2 . B.$$

$\bar{S}$—полная поверхность; B—площадь основанія.

3. *Чтобы вычислить объемъ призмы, надо площадь основанія умножить на высоту.*

$$V = B . H.$$

V—объемъ; B—площадь основанія; H—высота.

§ 12. Цилиндръ.

а) Вопросы.

1. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность цилиндра? Какъ называется кривая поверхность его? Какъ называются его плоскія поверхности?

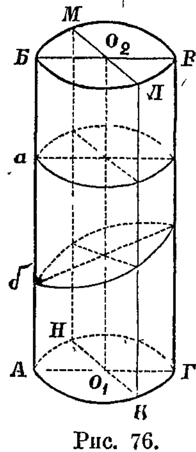


Рис. 76.

2. Какія фигуры служатъ основаніями цилиндра? Сравните оба основанія цилиндра по величинѣ и по положенію.

3. Что называется высотою цилиндра?

4. Какъ называется линія, соединяющая центры основаній цилиндра? (рис. 76).

5. Если разсѣчь цилиндръ плоскостью, проведенною черезъ ось, то какою фигурой будетъ полученное сѣченіе *АБВГ* или *КЛМН?* (рис. 76).

6. Какою фигурой будетъ сѣченіе цилиндра, сдѣланное перпендикулярно къ оси? наклонно къ оси? (рис. 76, *а* и *б*).

7. Какую фигуру представляетъ развернутая боковая поверхность цилиндра? (рис. 77). Сравните длину *АГ* и ширину *АБ* этого прямоугольника съ окружностью основанія и высотою цилиндра.

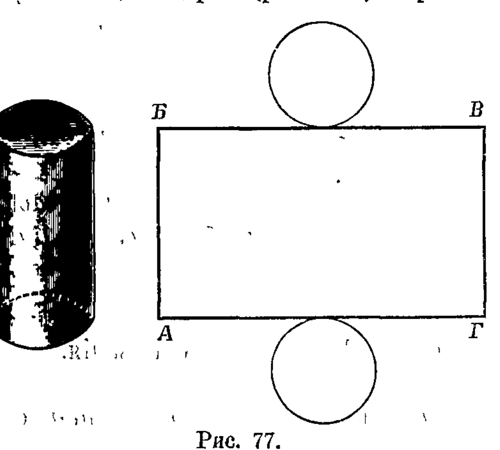


Рис. 77.

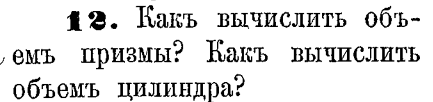
8. Какъ вычислить боковую поверхность цилиндра? Какъ вычислить полную поверхность цилиндра?

9. Сколько надо желѣзныхъ листовъ, длиною въ 4 фт. 6 дм. и шириною въ 2 фт. 4 дм., чтобы сдѣлать круглую трубку, длиною въ 9 арш., которая въ діаметрѣ должна имѣть 7 дм.? На скрѣпленія идетъ $^1/_{12}$ поверхности листа ($\pi = 3\,^1/_7$).

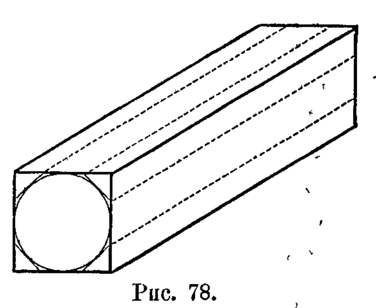
10. Вычислите полную поверхность цилиндровъ по слѣдующимъ даннымъ:

	радіусъ основанія	высота
а)	1 фт. 3 дм.	1 фт. 4 дм.
б)	1 м. 50 см.	2 м. 50 см.

$\pi = 3,14$.



11. Деревянный брусокъ имѣетъ видъ квадратной призмы (рис. 78). Какая получится призма, если сострогать боковыя ребра этого бруска? Если сострогать боковыя ребра восьмиугольной призмы, то сколько боковыхъ граней будетъ имѣть новая призма? Какое образуется тѣло, если продолжать сострагивать ребра получаемыхъ призмъ?


Рис. 78.

12. Какъ вычислить объемъ призмы? Какъ вычислить объемъ цилиндра?

13. Дно цилиндрическаго сосуда имѣетъ поверхность въ 5 кв. дюймовъ. Сколько кубическихъ дюймовъ воды надо влить въ этотъ сосудъ, чтобы она стояла на высотѣ 1-го дюйма? 3-хъ дюймовъ? 6-ти дюймовъ?

14. Вычислите объемы цилиндровъ по слѣдующимъ даннымъ:

	діаметръ основанія	высота
а)	1 фт. 9 дм.	2 фт. 6 дм.
б)	28 см.	35 см.

$\pi = 3\,^1/_7$.

15. На газовомъ заводѣ имѣются два цилиндрическихъ газохранилища; каждое изъ нихъ имѣетъ діаметръ въ 28 м., а высоту въ 15 м. Сколько каменнаго угля требуется для того, чтобы наполнить газомъ оба хранилища, если 100 кг. угля даютъ 30 кб. м. газа? ($\pi = 3\,^1/_7$).

16. Сколько вѣситъ ртуть, налитая въ цилиндрическую трубку до высоты 720 мм., если площадь поперечнаго разрѣза трубки равна $^1/_2$ кв. см.?

17. Сколько вѣситъ цементная труба, длиною въ 2 м., у которой ширина просвѣта равна 30 см., а толщина стѣнокъ 5 см.? ($\pi = 3,14$).

18. Въ цилиндрическую банку, у которой діаметръ дна равенъ 14 см., налита вода до нѣкоторой высоты. Въ воду погрузили кусокъ желѣза и замѣтили, что вода поднялась на 5 см. Сколько вѣситъ этотъ кусокъ желѣза? ($\pi = 3^1/_7$).

19. Какія знаете вы русскія мѣры жидкихъ и сыпучихъ тѣлъ? Въ формѣ какихъ сосудовъ дѣлаются: ведро, четверикъ (мѣра), гарнецъ?

20. Гарнецъ вмѣщаетъ 8 фунтовъ воды; 1 кб. дюймъ воды вѣситъ (почти) $^1/_{25}$ фунта. Сколько кб. дюймовъ содержитъ гарнецъ? четверикъ?

21. Сколько вѣситъ мѣра ржи? мѣра овса?

22. Ведро вмѣщаетъ 30 фунтовъ воды. Сколько кб. дюймовъ содержитъ ведро?

23. Сколько вѣситъ ведро молока? ведро спирту?

24. Водоемъ имѣетъ видъ цилиндра; діаметръ дна равенъ 1 саж. 4 фт. 8 дм., глубина 5 фт. Сколько ведеръ воды можетъ помѣститься въ этомъ водоемѣ? ($\pi = 3^1/_7$).

25. Пожарная машина имѣетъ два одинаковыхъ цилиндра, діаметры которыхъ равны 7 дм. При качаніи поршни цилиндровъ поднимаются на 10 дм. Сколько ведеръ воды можетъ дать эта машина въ часъ, если каждый цилиндръ опоражниваетсяо 25 разъ въ минуту?

26. Какъ называется главная метрическая мѣра емкости (жидкихъ и сыпучихъ тѣлъ)? Какъ называется мѣра въ 10 литровъ? въ 100 литровъ?

27. Литръ есть цилиндрическій сосудъ, вмѣстимость котораго равна 1 кубическому дециметру. Сколько это кб. сантиметровъ?

28. Сколько вѣситъ 1 литръ воды? Сколько вѣситъ литръ молока? масла?

29. Діаметръ цилиндрическаго сосуда равенъ 70 см., а высота 40 см. Сколько гектолитровъ и литровъ вмѣщаетъ этотъ сосудъ? ($\pi = 3^1/_7$).

30. Сколько гектолитровъ воды даетъ въ часъ водопроводъ, труба котораго имѣетъ просвѣтъ шириною въ 10 см., а скорость теченія воды 80 см. въ секунду? ($\pi = 3,14$).

б) Построенія.

1. Діаметръ основанія цилиндра равенъ 3 см., высота 6 см. Начертите горизонтальную и вертикальную проэкцію этого цилиндра: а) когда онъ стоитъ на горизонтальной плоскости; б) когда онъ лежитъ на горизонтальной плоскости такъ, что ось его параллельна вертикальной плоскости (рис. 79).

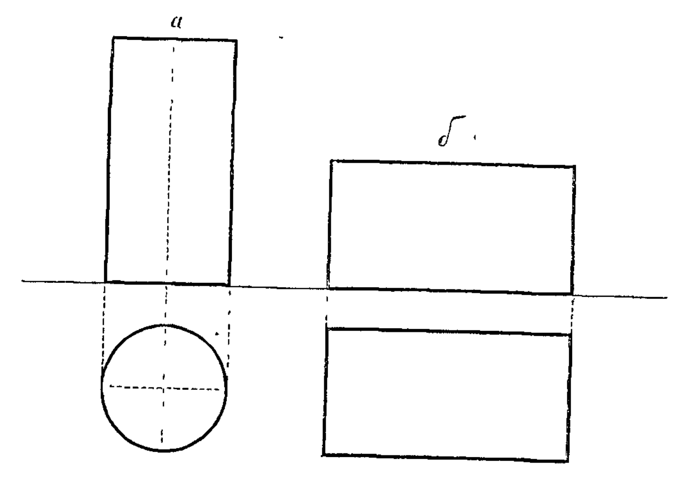


Рис. 79.

2. Начертите горизонтальную и вертикальную проэкцію цилиндрической трубки, которая стоитъ на горизонтальной плоскости. Размѣры трубки такіе: ширина просвѣта 3 см., толщина стѣнокъ 1 см.; высота 8 см.

3. Начертите сѣтку цилиндра (см. рис. 77), у котораго діаметръ равенъ 3 см. 5 мм., а высота 10 см.

4. Изъ этой сѣтки сдѣлайте модель цилиндра.

в) Выводы.

1. *Чтобы вычислить боковую поверхность цилиндра, надо окружность основанія умножить на высоту.*

$$S = 2 . \pi . R . H.$$

S—боков. поверх.; R—радіусъ; H—высота.

2. *Чтобы вычислить полную поверхность цилиндра, надо къ боковой поверхности прибавить площади обоихъ основаній.*

$$\bar{S} = 2 . \pi . R . H + 2 . \pi . R^2.$$

$\bar{S}$—полная поверхн., R—радіусъ; H—высота.

3. *Чтобы вычислить объемъ цилиндра, надо площадь основанія умножить на высоту.*

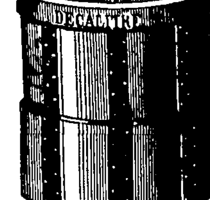
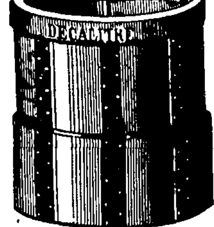
$$V = \pi . R^2 . H.$$

V—объемъ; R—радіусъ; H—высота.

Метрическія мѣры емкости.

Литръ (л.) = 1 кб. дециметру.
Декалитръ (дкл.) = 10 литрамъ.
Гектолитръ (гл.) = 100 литрамъ.
Децилитръ (дцл.) = $^1/_{10}$ литра.

На рис. 80 и 82 изображены, въ уменьшенномъ видѣ, литры для жидкостей, а на рис. 81 — декалитръ для сыпучихъ тѣлъ.



Рис. 80.

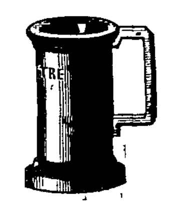

Рис. 81.

Рис. 82.

Сосуды для масла и молока дѣлаются изъ жести; высота у нихъ одинакова съ діаметромъ дна (рис. 80). Сосуды для вина и уксуса дѣлаются изъ олова; высота у нихъ вдвое больше, чѣмъ діаметръ дна (рис. 82). Сосуды для сыпучихъ тѣлъ дѣлаются изъ дерева или листового желѣза; высота у нихъ одинакова съ діаметромъ дна (рис. 81).

Приблизительно.	
1 литръ = $^2/_{25}$ ведра.	1 ведро = $12^1/_3$ литра.
1 литръ = $^3/_{10}$ гарнца.	1 четверикъ = $26^1/_4$ литра.

§ 13. Пирамида.

а) Вопросы.

1. Какъ называется та грань, на которой стоитъ пирамида? (рис. 83).

2. Какія фигуры служатъ боковыми гранями пирамиды?

3. Гдѣ сходятся всѣ боковыя ребра пирамиды?

4. Какъ называется пирамида, основаніемъ которой служитъ треугольникъ? четыреугольникъ? шестиугольникъ?

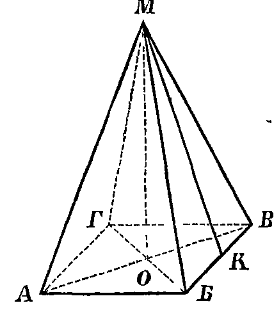


Рис. 83.

5. Сколько всѣхъ граней имѣетъ треугольная пирамида? четыреугольная? пятиугольная?

6. Какъ называется разстояніе *МО* отъ вершины пирамиды до ея основанія? (рис. 83).

7. Какъ называется пирамида, у которой основаніе — правильный многоугольникъ, а всѣ боковыя грани — равные между собою треугольники?

8. Сравните высоту *МО* правильной пирамиды съ боковымъ ребромъ *МА* и съ высотою *МК* боковой грани: которая изъ этихъ трехъ линій наименьшая, и которая наибольшая? (рис. 83).

9. У правильной треугольной пирамиды сторона основанія равна 1 фт. 6 дм., а высота боковой грани — 5 фт. 4 дм. Какъ велика площадь каждой боковой грани? Какъ велика боковая поверхность этой пирамиды?

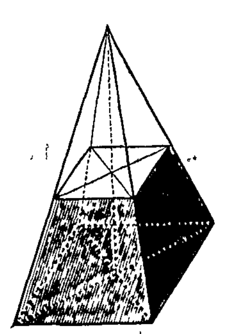
10. Какъ велика боковая поверхность правильной шестиугольной пирамиды, у которой сторона основанія равна 4 м. 50 см., а высота боковой грани 8 м.?

11. Какъ вычислить полную поверхность пирамиды?

12. Какъ велика полная поверхность правильной пирамиды съ квадратнымъ основаніемъ, если сторона основанія равна 8 верш., а высота боковой грани 1 ар. 8 вр.?

13. *Какія получатся два тѣла, если разсѣчь пирамиду* параллельно основанію? (рис. 84).

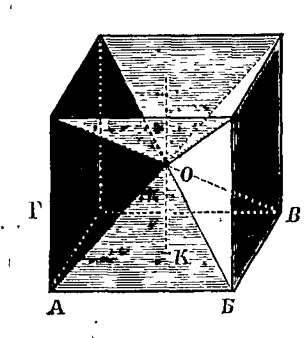
14. Сколько всѣхъ граней имѣетъ усѣченная пирамида: треугольная? четыреугольная? пятиугольная? Какія фигуры служатъ боковыми гранями усѣченной пирамиды?


Рис. 84.

15. Правильная усѣченная пирамида (рис. 84) имѣетъ основаніями квадраты; сторона нижняго основанія равна 90 см., сторона верхняго основанія 50 см., высота боковой грани (высота трапеціи) 70 см. Вычислите: а) площадь нижняго основанія; б) площадь верхняго основанія; в) площадь боковой грани; г) боковую поверхность; д) полную поверхность.

---

16. На рис. 85 изображены два одинаковыхъ куба. Одинъ кубъ раздѣленъ на шесть равныхъ между собою пира-



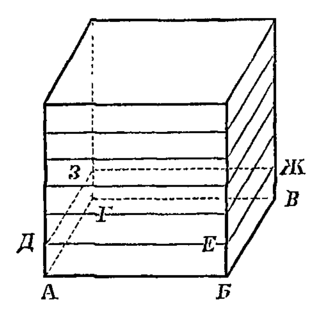


Рис. 85.

мидъ, основаніями которыхъ служатъ шесть граней куба, а общая вершина находится въ срединѣ куба *О*. Другой кубъ раздѣленъ на шесть равныхъ между собою призмъ. Сравните пирамиду *ОАБВГ* и призму *АБВГДЕЖЗ*: что можно сказать про ихъ объемы, про ихъ основанія, про ихъ высоты? Какъ вычислить объемъ призмы, зная площадь ея основанія и высоту? Какъ вычислить объемъ пирамиды, зная площадь ея основанія и высоту?

17. На рис. 86 изображены два сосуда: одинъ имѣетъ форму пирамиды, другой—форму призмы; основанія и высоты у нихъ одинаковы. Первый сосудъ наполняется пескомъ, который потомъ пересыпается во второй сосудъ. Сколько разъ надо пересыпать песокъ изъ перваго сосуда во второй, чтобы послѣдній наполнился?

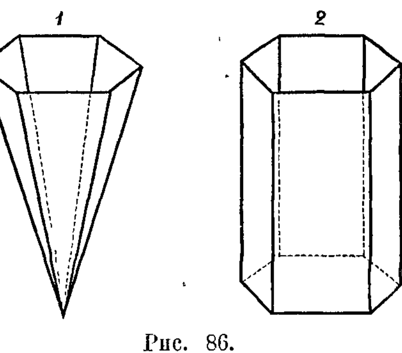


Рис. 86.

18. Основаніемъ пирамиды служитъ прямоугольный треугольникъ, у котораго одинъ катетъ равенъ 1 фт. 3 дм., другой катетъ 1 фт. 6 дм. Высота пирамиды 5 фт. 4 дм. Какъ великъ объемъ этой пирамиды?

19. Основаніемъ пирамиды служитъ прямоугольникъ длиною въ 1 м. 50 см. и шириною въ 80 см. Высота пирамиды 5 м. Какъ великъ объемъ этой пирамиды?

20. Сколько вѣситъ чугунная пирамида вышиною въ 40 см., у которой основаніе есть правильный шестиугольникъ, имѣющій сторону въ 10 см., а апоѳему въ 8 см. 7 мм.?

21. Правильная пирамида, изъ гранита, имѣетъ основаніемъ квадратъ, сторона котораго равна 3 м. Высота пирамиды 2 м.; высота боковой грани 2 м. 50 см. Вычислите: а) площадь основанія; б) боковую поверхность; в) полную поверхность; г) объемъ; д) вѣсъ.

б) Построенія.

1. Начертите горизонтальныя и вертикальныя проэкціи правильной пирамиды съ квадратнымъ основаніемъ, такъ, какъ показано на рис. 87. Возьмите сторону основанія длиною въ 2 см. 5 мм., а высоту пирамиды въ 5 см.

2. Начертите горизонтальную и вертикальную проэкцію усѣченной правильной треугольной пирамиды, такъ, какъ показано на рис. 88. Возьмите сторону нижняго основанія длиною въ 4 см., сторону верхняго основанія въ 2 см., а высоту пирамиды въ 3 см.

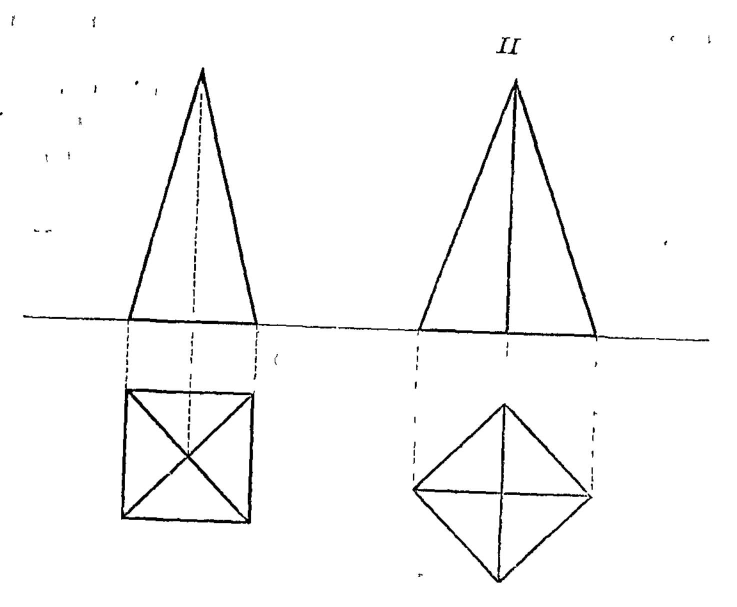


Рис. 87.

3. Начертите сѣтку правильной пирамиды съ квадратнымъ основаніемъ (рис. 89). Вырѣжьте и согните такъ, чтобы образовалась пирамида.

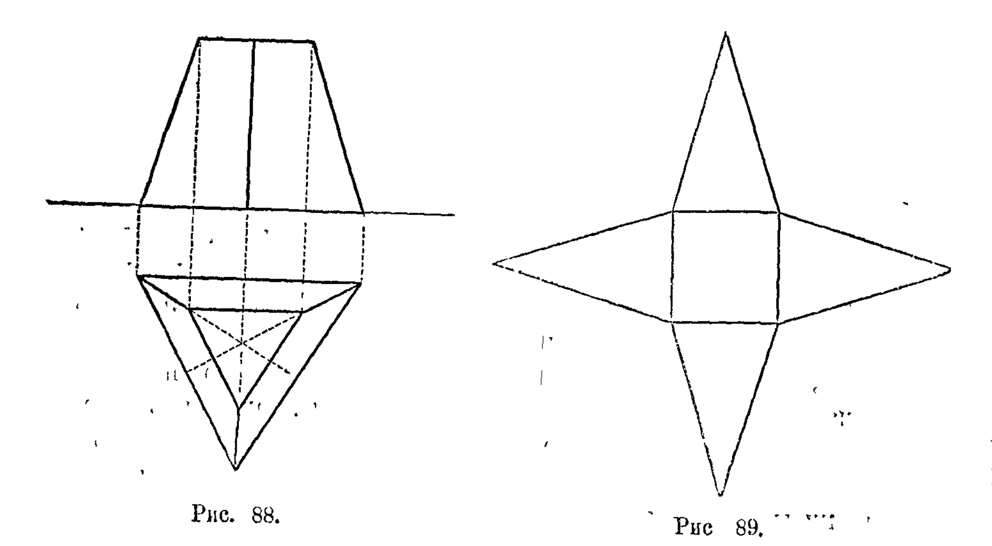


Рис. 88.

Рис 89.

4. Начертите сѣтку правильной шестиугольной пирамиды (рис. 90). Вырѣжьте и согните такъ, чтобы образовалась пирамида.

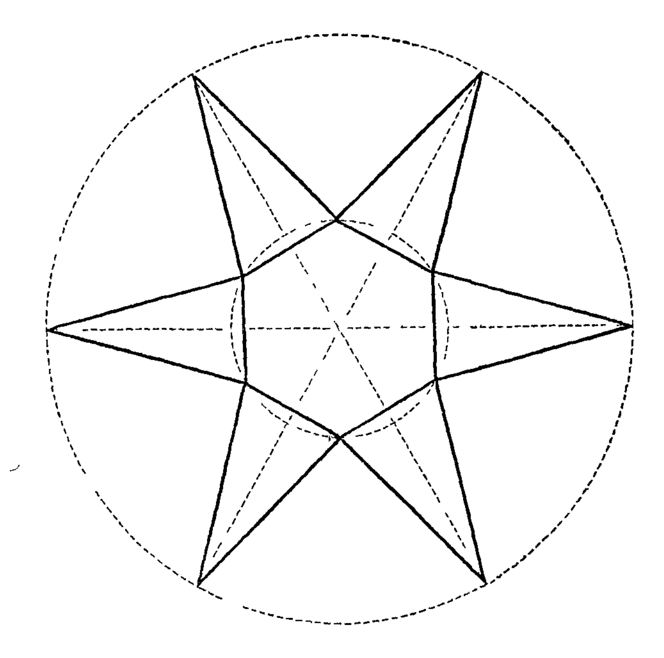


Рис. 90.

в) Выводы.

1. *Чтобы вычислить боковую поверхность правильной пирамиды, надо опредѣлить площадь боковой грани и умножить ее на число боковыхъ граней.*

2. *Чтобы найти полную поверхность пирамиды, надо къ боковой поверхности прибавить площадь основанія, а въ случаѣ усѣченной пирамиды—площади обоихъ основаній.*

3. *Чтобы вычислить объемъ пирамиды (цѣлой), надо площадь основанія умножить на одну треть высоты.*

$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

V — объемъ; B — площадь основ.; H — высота.

§ 14. Конусъ.

а) Вопросы.

1. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность конуса? (рис. 91). Какая изъ этихъ частей называется основаніемъ конуса? Какъ называется кривая поверхность конуса?

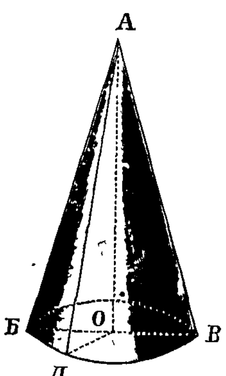


Рис. 91.

2. Что называется высотою конуса? Какъ иначе называется прямая $АО$, соединяющая вершину конуса съ центромъ основанія его? (рис. 91).

3. Прямую $АД$ ($АБ$, $АВ$) (рис. 91), проходящую по боковой поверхности конуса отъ вершины до окружности основанія, будемъ называть боковой линіей конуса. Что можно сказать о величинѣ боковой линіи сравнительно съ высотой конуса?

4. Назовите нѣсколько предметовъ, которые имѣютъ коническую форму (голова сахару, морковь, воронка и т. д.).

5. Какую фигуру образуетъ развернутая боковая поверхность конуса? (рис. 92). Сравните дугу $МДН$ этого сектора съ окружностью основанія конуса, а радіусъ $АД$ сектора— съ боковой линіей конуса.

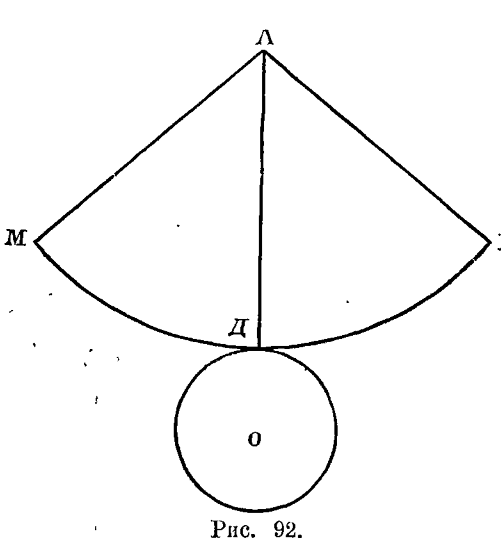


Рис. 92.

6. Какъ вычислить боковую поверхность конуса? (См. § 9, вопросъ № 19).

7. Радіусъ основанія конуса равенъ 7 дм., боковая линія 24 дм. Какъ велика окружность основанія? Какъ велика боковая поверхность? Какъ велика площадь основанія? Какъ велика полная поверхность? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

8. Сколько надо листовъ желѣза, чтобы покрыть шпиль колокольни, имѣющій видъ конуса, у котораго діаметръ основанія равенъ $1\frac{1}{2}$ ар., боковая линія 10 ар., если длина листа 4 фт., ширина 2 фт. 4 дм., и на загибы идетъ $\frac{1}{12}$ поверхности листа? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

9. Какія образуются два тѣла, если разсѣчь конусъ параллельно основанію? Какой фигурой будетъ сѣченіе? (рис. 93).

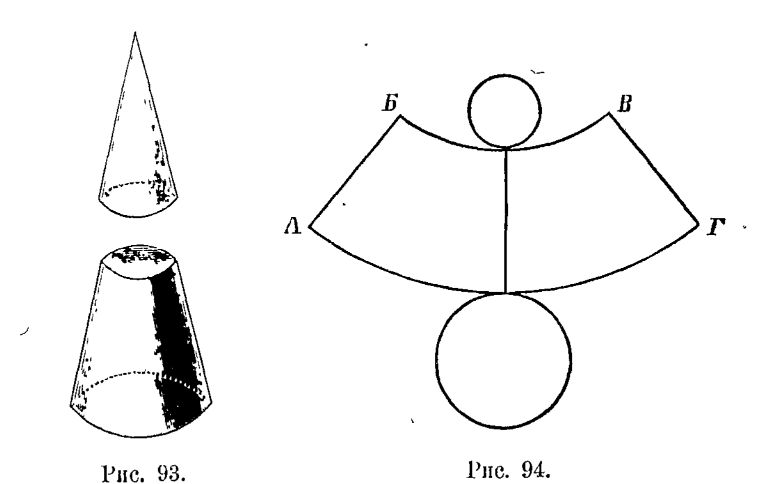


Рис. 93. Рис. 94.

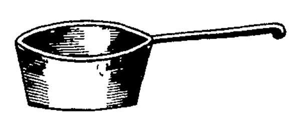
10. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность усѣченнаго конуса? Какія изъ этихъ частей называются основаніями усѣченнаго конуса? Какъ называется кривая поверхность?

11. На какой четыреугольникъ похожа развернутая боковая поверхность усѣченнаго конуса? (рис. 94). Сравните бо́льшую изъ параллельныхъ линій $АГ$ съ окружностью бо́льшаго основанія усѣченнаго конуса; сравните меньшую параллель $БВ$ съ окружностью меньшаго основанія.

12. Какъ вычислить боковую поверхность усѣченнаго конуса? (См. § 5, выводъ № 1). Какъ найти полную поверхность усѣченнаго конуса?

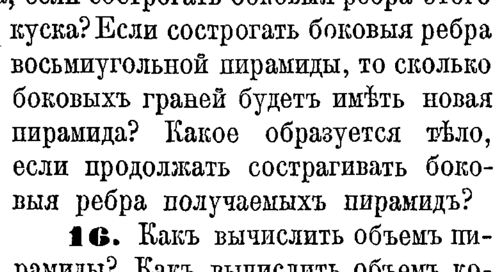
13. Основанія усѣченнаго конуса имѣютъ радіусы длиною въ 2 фт. 6 дм. и въ 1 фт. 8 дм.; боковая линія равна 3 фт. 4 дм. Вычислите: а) площадь бо́льшаго основанія; б) площадь меньшаго основанія; в) боковую поверхность; г) полную поверхность ($\pi = 3{,}14$).

14. Сколько надо олова, чтобы вылудить изнутри кастрюлю (безъ крышки), имѣющую видъ усѣченнаго конуса (рис. 95), у котораго внутренній діаметръ дна равенъ 28 см., діаметръ сверху 35 см., боковая линія 16 см., если на полуду 1 кв. дециметра идетъ 40 грам. олова?


Рис. 95.

---

15. Кусокъ дерева имѣетъ видъ правильной пирамиды съ квадратнымъ основаніемъ (рис. 96). Какая получится пирамида, если сострогать боковыя ребра этого куска? Если сострогать боковыя ребра восьмиугольной пирамиды, то сколько боковыхъ граней будетъ имѣть новая пирамида? Какое образуется тѣло, если продолжать сострагивать боковыя ребра получаемыхъ пирамидъ?


Рис. 96.

16. Какъ вычислить объемъ пирамиды? Какъ вычислить объемъ конуса?

17. На рис. 97 изображены два сосуда: одинъ имѣетъ форму конуса, другой—форму цилиндра; основанія и высоты у нихъ одинаковы. Первый сосудъ наполняется водой, которая потомъ переливается во второй сосудъ. Сколько разъ надо переливать воду изъ перваго сосуда во второй, чтобы послѣдній наполнился?

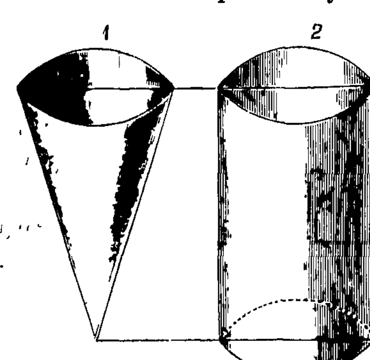


Рис. 97.

18. Сколько вѣситъ кусокъ гранита, имѣющій видъ конуса, у котораго радіусъ основанія равенъ 2 фт. 1 дм., а высота 2 фт. 6 дм.? ($\pi = 3{,}14$).

19. Сколько вѣситъ голова сахару, имѣющая видъ конуса, у котораго діаметръ основанія равенъ 30 см., а высота 40 см.? ($\pi = 3{,}14$).

20. Какъ великъ объемъ конической кучи песку, у ко-

торой окружность основанія равна 7 сж. 1 ар., а высота—1 сажени? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

21. Основанія усѣченнаго конуса имѣютъ такіе радіусы: $OA = 21$ дм. и $ДБ = 14$ дм. (рис. 98). Высота конуса $OД = 28$ дм. Какъ великъ объемъ этого усѣченнаго конуса? (Дополните усѣченный конусъ до цѣлаго и найдите объемъ усѣченнаго конуса, какъ разность объемовъ двухъ цѣлыхъ конусовъ. Высоту цѣлаго конуса OM опредѣлите изъ подобія треугольниковъ AOM и $AKБ$).

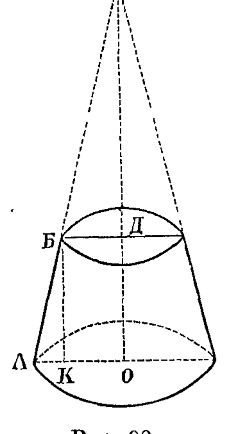


Рис. 98.

22. Когда радіусы обоихъ основаній усѣченнаго конуса лишь немного отличаются другъ отъ друга, тогда объемъ можно вычислить довольно точно, принимая усѣченный конусъ за цилиндръ, высота котораго одинакова съ высотой усѣченнаго конуса, а основаніемъ котораго служитъ среднее сѣченіе, т.-е. кругъ, находящійся на равныхъ разстояніяхъ отъ обоихъ основаній усѣченнаго конуса (рис. 99). Такъ обыкновенно вычисляютъ объемы деревъ (необтесанныхъ бревенъ).

Какъ великъ объемъ бревна длиною въ 8 арш., у котораго діаметръ средняго сѣченія равенъ 21 дм.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

23. Сколько вѣситъ свѣжее сосновое дерево, длина котораго 10 м., а окружность средняго сѣченія 1 м. 25 см. 6 мм.? ($\pi = 3{,}14$).

Рис. 99.

б) Построенія.

1. Начертите горизонтальную и вертикальную проэкцію конуса такъ, какъ показано на рис. 100. Возьмите радіусъ основанія конуса длиною въ 2 см., а высоту въ 6 см.

2. Начертите, какъ показано на рис. 101, горизонтальную и вертикальную проэкцію усѣченнаго конуса, у котораго діаметръ нижняго основанія равенъ 4 см., діаметръ верхняго основанія 2 см. 8 мм., а высота 3 см. 8 мм.

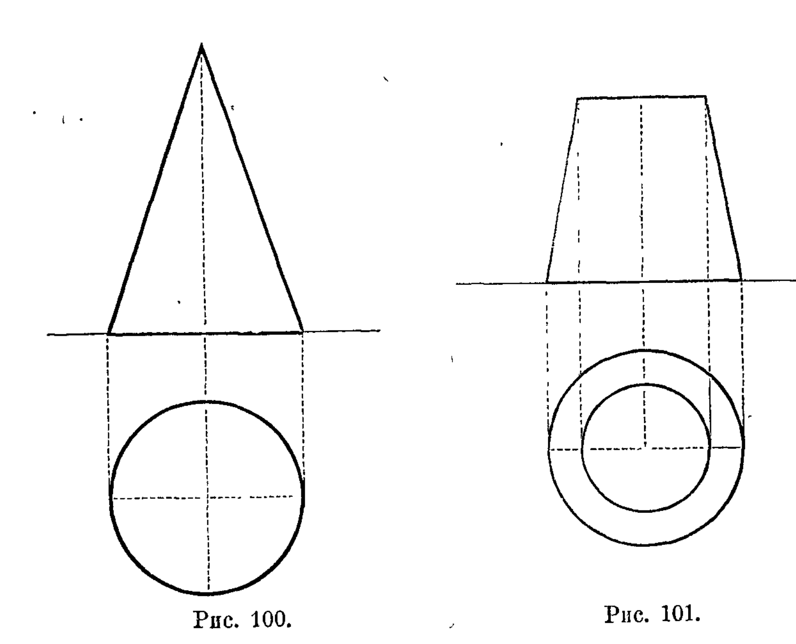


Рис. 100. Рис. 101.

в) Выводы.

1. *Чтобы вычислить боковую поверхность конуса, надо окружность основанія умножить на половину боковой линіи.*

$$S = \pi.R.L.$$

S—бок. поверхн.; R—радіусъ; L—бок. линія.

2. *Чтобы найти полную поверхность конуса, надо къ боковой поверхности прибавить площадь основанія.*

$$\bar{S} = \pi.R.L + \pi.R^2.$$

$\bar{S}$—полн. поверхн.; R—радіусъ; L—бок. линія.

3. *Боковая поверхность усѣченнаго конуса одинакова съ площадью трапеціи, у которой параллельныя стороны равны окружностямъ основаній конуса, а высота равна боковой линіи.*

$$S = \pi.(R + r) . L.$$

S—бок. поверхн.; R и r—радіусы; L—бок. линія.

$$\bar{S} = \pi.(R + r).L + \pi.R^2 + \pi.r^2.$$

$\bar{S}$—полная поверхность усѣчен. конуса.

4. *Чтобы вычислить объемъ конуса (цѣлаго), надо площадь основанія умножить на одну треть высоты.*

$$V = \frac{\pi.R^2.H.}{3}$$

V—объемъ; R—радіусъ; H—высота.

§ 15. Шаръ.

а) Вопросы.

1. Если разсѣчь шаръ плоскостью, то какую форму будетъ имѣть всякое такое сѣченіе? (рис. 102).

2. Сравните, по величинѣ, сѣченіе, проходящее черезъ центръ, съ какимъ-нибудь другимъ сѣченіемъ.

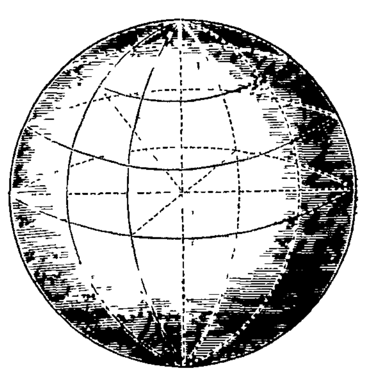


Рис. 102.

3. Какъ дѣлится шаръ сѣченіемъ, проходящимъ черезъ центръ (большимъ кругомъ)?

4. Что такое радіусъ шара? діаметръ?

5. Что такое ось земного шара? полюсы? экваторъ?

6. Какъ называются на глобусѣ круги, идущіе параллельно экватору?

7. Какъ называются круги, проходящіе черезъ полюсы?

8. Что можете вы сказать о величинѣ параллельныхъ круговъ? о величинѣ меридіановъ?

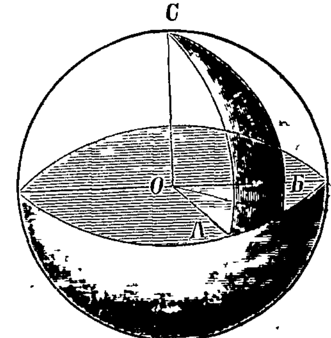


Рис. 103.

9. Какъ называется часть шаровой поверхности, заключенная между двумя параллельными кругами?

10. Шаръ разсѣченъ пополамъ большимъ кругомъ (рис. 103). Окружность большого круга раздѣлена на нѣсколько, напр. на 12, равныхъ частей; одна изъ такихъ частей есть дуга *АБ*. Концы дуги *А* и *Б* соединены съ полюсомъ *С* четвертями меридіановъ; тѣ же кон-

цы *А* и *Б* соединены съ центромъ *О* прямыми линіями. Оказывается, что поверхность шарового треугольника *АСБ* вдвое больше площади кругового вырѣзка *АОБ*. Во сколько разъ поверхность полушара больше площади большого круга? Во сколько разъ поверхность всего шара больше площади большого круга?

11. Какъ вычислить поверхность шара?

12. Какъ велика поверхность шара, у котораго радіусъ равенъ: а) 14 дм.; б) 28 см.? ($\pi = 3^1/_7$).

13. Какъ велика поверхность шара, у котораго діаметръ равенъ 1 ар. 4 вр.? ($\pi = 3,14$).

14. Сколько надо краски, чтобы покрасить крышу башни, имѣющую видъ полушара, діаметръ котораго равенъ 20 фут., если на 1 кв. сажень идетъ краски 2 фн. 4 зл.? ($\pi = 3,14$).

15. Чтó стоитъ позолотить шаръ, діаметръ котораго равенъ 14 см., если платить по 5 коп. съ кв. сантиметра? ($\pi = 3^1/_7$).

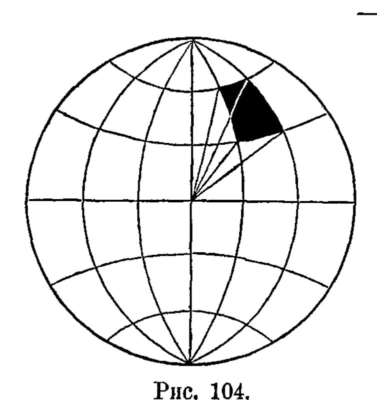


Рис. 104.

16. Поверхность шара раздѣлена градусной сѣткой на небольшіе четыреугольники (рис. 104). Вообразите, что на каждомъ четыреугольникѣ построено тѣло, имѣющее видъ пирамиды, вершина которой въ центрѣ шара. Какова высота такой пирамиды?

17. Какую поверхность составятъ основанія всѣхъ этихъ пирамидъ?

18. Какъ найти объемъ каждой пирамиды? всѣхъ вмѣстѣ? Какъ вычислить объемъ шара?

19. Какъ великъ объемъ шара, у котораго а) радіусъ равенъ 21 дм.; б) окружность большого круга равна 2 м. 64 см.? ($\pi = 3^1/_7$).

20. Сколько полныхъ ведеръ вмѣщаетъ котелъ, имѣющій видъ полушара, внутренній діаметръ котораго равенъ 40 дм.? ($\pi = 3,14$).

21. Вычислите объемъ шара, діаметръ котораго равенъ 12 см., и потомъ узнайте вѣсъ, если шаръ а) желѣзный; б) стеклянный; в) пробковый. ($\pi = 3,14$).

22. Сколько вѣситъ самый большой шаръ, какой можно

выточить изъ куска сухой липы, имѣющаго видъ куба, ребро котораго равно 30 см.? ($\pi = 3,14$).

23. Шаръ помѣщенъ въ цилиндръ, діаметръ и высота котораго равны діаметру шара (рис. 105). Обозначивъ радіусъ шара черезъ R, выразите: а) поверхность шара; б) боковую поверхность цилиндра; в) объемъ шара; г) объемъ цилиндра. Сравните поверхность шара съ боковой поверхностью цилиндра. Сравните объемъ шара съ объемомъ цилиндра.

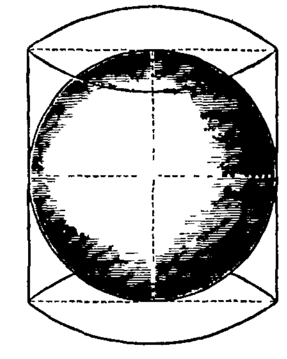


Рис. 105.

б) Построенія.

1. Полушаръ, діаметръ котораго равенъ 5 см. 6 мм., поставленъ большимъ кругомъ на горизонтальную плоскость. Начертите горизонтальную и вертикальную проэкцію этого полушара (рис. 106).

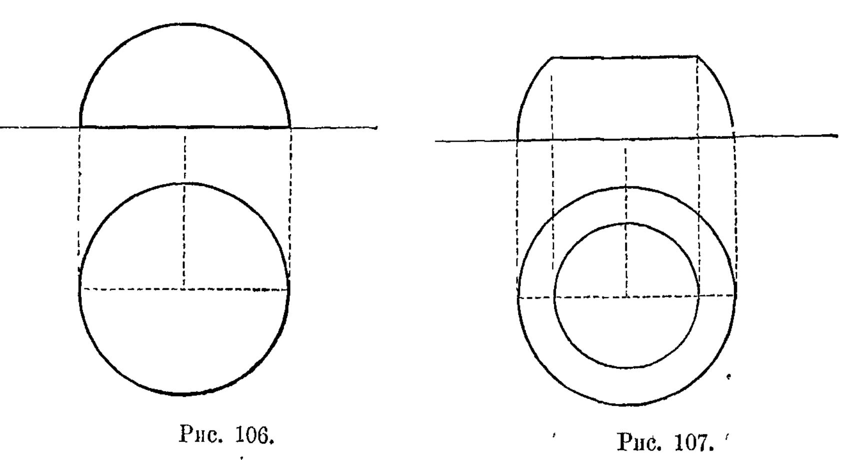


Рис. 106. Рис. 107.

2. Шаровой слой, заключенный между большимъ и параллельнымъ ему малымъ кругомъ, поставленъ большимъ кругомъ на горизонтальную плоскость. Діаметръ большого круга равенъ 5 см. 8 мм., діаметръ малаго круга 4 см. Начертите горизонтальную и вертикальную проэкцію этого слоя (рис. 107).

в) **Выводы.**

1. *Поверхность шара въ 4 раза больше площади большого круга.*

$$S = 4.\pi.R^2.$$

S—поверхность; R—радіусъ.

2. *Чтобы вычислить объемъ шара, надо его поверхность умножить на одну треть радіуса.*

$$V = \frac{4}{3}.\pi.R^3.$$

V—объемъ; R—радіусъ.

ГЛАВА III.

§ 16. Разныя задачи.

1. Крестьянинъ купилъ за 325 р. лугъ, имѣющій видъ прямоугольника, длиною въ 120 саж. и шириною въ 40 саж. Потомъ онъ продалъ его по 200 р. за десятину. Сколько барыша получилъ онъ?

2. Паркетный полъ, длиною въ 7 арш. и шириною въ 5 арш., стóитъ 45 р. Сколько стóитъ паркетный полъ изъ такого же матеріала, если длина пола 14 арш., а ширина 10 арш.?

3. Подрядчикъ взялъ на себя вставку стеколъ въ новомъ домѣ, по 2 руб. съ квадратнаго метра. Сколько придется ему получить, если въ домѣ 72 окна, вышиною въ 1 м. 85 см. и шириною въ 1 м. 40 см.?

4. Поле имѣетъ видъ неправильнаго четыреугольника, у котораго одна изъ діагоналей равна 150 саж., а опущенныя на нее высоты треугольниковъ — 56 саж. и 40 саж. Поле засѣяно рожью; на десятину высѣвали по 1 чт. 4 чк. сѣмянъ. Урожай былъ самъ 8. Сколько собрано зерна?

5. Два сосѣда купили за 9600 руб. квадратный участокъ земли, сторона котораго равна 80 м. Одинъ изъ нихъ взялъ себѣ 44 ара, другой—остальную землю. Сколько долженъ заплатить каждый?

6. Поле имѣетъ видъ трапеціи, у которой разстояніе между параллельными сторонами равно 120 саж., а разстояніе между срединами непараллельныхъ сторонъ 280 саж. Сколько надо пшеницы, чтобы засѣять это поле, если на десятину идетъ сѣмянъ 1 чт. 2 чк.?

7. Надо обшить тесомъ домъ съ передней стороны. Длина дома по этой сторонѣ равна 12 арш., вышина до чердака 8 арш. Стѣнка чердака имѣетъ видъ равнобедреннаго треугольника, высота котораго 4 арш. Окна занимаютъ 10% всей площади. Сколько потребуется тесу, если длина тесины 8 арш., ширина 6 верш.?

8. Стеклянная пластинка имѣетъ видъ ромба, у котораго одна діагональ равна 1 фт. 10 дм., другая діагональ—1 фт. 4 дм. Сколько вѣсу въ этой пластинкѣ, если каждый квадратный дюймъ ея вѣситъ 2 золотника?

9. Площадка имѣетъ видъ круга, діаметръ котораго равенъ 14 саж. Сколько надо песку, чтобы усыпать эту площадку, если на 1 кв. арш. идетъ $^1/_2$ пуда песку? ($\pi = 3^1/_7$).

10. Лѣсъ, лугъ и пашня занимаютъ участокъ земли въ видѣ параллелограмма *АБВГ* (рис. 108). Границею между лѣсомъ и лугомъ служитъ линія *БД*, а граница между лугомъ и пашней есть линія *ЕЖ*, параллельная *ВГ*. Снять планъ этого участка въ масштабѣ 40 саженъ въ дюймѣ. На планѣ разстояніе между сторонами *АГ* и *БВ* параллелограмма равно 5 дм.; *АД* = 6 дм.; *ДЖ* = $1^8/_{10}$ дм.; *ЖГ* = $1^2/_{10}$ дм. Сколько десятинъ занимаетъ лѣсъ? лугъ? пашня?

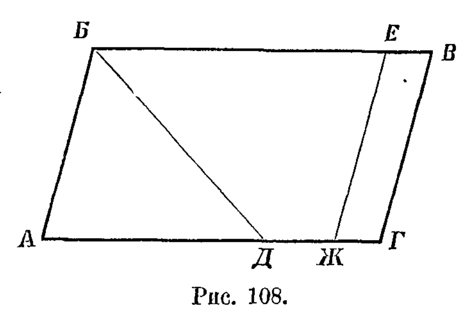


Рис. 108.

11. Сколько надо олова, чтобы вылудить (изнутри) мѣдную коробку, имѣющую форму куба, ребро котораго равно 1 футу, если на полуду кв. дюйма идетъ $^1/_2$ золотника олова? Вылудить надо съ внутренней стороны и крышку.

12. Столбъ имѣетъ видъ правильной шестиугольной призмы, у которой сторона основанія *АБ* равна $^1/_2$ арш. (рис. 109). Верхняя часть столба есть правильная пирамида съ такимъ же основаніемъ. Высота нижней части столба

$АД = 2^1/_4$ арш., высота боковой грани пирамиды $ОЕ = 1^1/_2$ арш. Чтó будетъ стоить выкрасить 15 такихъ столбовъ, если платить за окраску по 80 коп. съ кв. сажени?

Рис. 109.

13. Сколько кв. метровъ парусины потребуется для устройства палатки, имѣющей видъ конуса, у котораго діаметръ основанія равенъ 7 м., а боковая линія 3 м. 50 см., при чемъ на швы и обрѣзки надо положить $1^1/_2$ кв. м.? ($\pi = 3^1/_7$).

14. Желѣзный листъ свернутъ въ цилиндрическую трубку, длина которой 60 см., а діаметръ 21 см. Изъ этого листа сдѣлана бадья въ видѣ усѣченнаго конуса, у котораго діаметръ дна 28 см., діаметръ сверху 42 см., боковая линія 30 см. Найти вѣсъ желѣза, оставшагося отъ подѣлки. Квадратный сантиметръ листа вѣситъ 1 граммъ ($\pi = 3^1/_7$).

15. Вода покрываетъ $^3/_4$ поверхности земного шара Вычислите, сколько квадратныхъ верстъ занимаетъ суша, считая, что радіусъ земли равенъ 6000 верс. ($\pi = 3{,}1416$).

16. Надо вырыть яму длиною въ 4 сж. 2 ар., шириною въ 3 сж. 1 ар. и глубиною въ 1 сж. 2 ар. Подрядчикъ взялъ эту работу за 100 р. Сколько останется въ его пользу, если онъ платитъ рабочимъ по 10 коп. съ куб. аршина?

17. Какъ великъ объемъ куба, у котораго сумма всѣхъ реберъ равна 48 фут.?

18. Зданіе имѣетъ въ длину 15 ар., въ ширину 12 ар. На крышѣ этого зданія лежитъ слой снѣгу глубиною въ 10 дм. Какой грузъ выдерживаетъ крыша, если 1 кб. футъ снѣга вѣситъ 6 фунтовъ?

19. Сколько вѣсятъ 650 кирпичей, если каждый кирпичъ имѣетъ въ длину 24 см., въ ширину 12 см. и въ толщину 5 см.?

20. Канава, длиною въ 21 саж. 1 ар., глубиною въ 1 ар. 4 вр. и шириною: наверху въ 1 ар. 2 вр., внизу въ 14 вр., вырыта въ 4 дня двумя землекопами, которые получали по 10 коп. съ кб. аршина. Сколько зарабатывалъ каждый землекопъ въ день?

21. Наполненъ водою сосудъ, имѣющій видъ конуса, у котораго діаметръ основанія равенъ 20 см., а высота 24 см.

Потомъ вода эта перелита въ цилиндрическій сосудъ, у котораго діаметръ дна равенъ 10 см. Какова будетъ высота воды въ этомъ сосудѣ?

22. Жестяной сосудъ имѣетъ видъ цилиндра, на верху котораго находится конусъ (рис. 110). Высота всего сосуда $АБ = 16$ дм., высота цилиндрической части $АО = 10$ дм.; діаметръ дна $ДЕ = 7$ дм. Жестянка наполнена керосиномъ. Сколько вѣсу въ этомъ керосинѣ, если 1 кб. дюймъ керосину вѣситъ 3 золотника? ($\pi = 3^1/_7$).

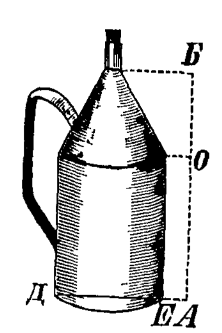


Рис. 110.

23. Въ цилиндрическій сосудъ, у котораго діаметръ дна равенъ 20 см., налита вода до нѣкоторой высоты. Въ воду погрузили кусокъ мѣди въ видѣ пирамиды, у которой площадь основанія равна 157 кв. см., а высота 18 см. Насколько поднялась вода въ сосудѣ? ($\pi = 3{,}14$).

24. Сколько вѣситъ стеклянная цилиндрическая трубка длиною въ 20 см., у которой внутренній діаметръ равенъ 2 см. 8 мм., а толщина стѣнокъ 7 мм.? ($\pi = 3^1/_7$).

25. Чугунный валъ, длиною въ 1 м. 50 см., имѣлъ въ діаметрѣ 32 см. Этотъ валъ обточили такъ, что діаметръ его сталъ на 4 см. меньше. Насколько уменьшился вѣсъ вала? ($\pi = 3{,}14$).

26. Сколько стóитъ буковое бревно, длина котораго 18 фут., а діаметръ посрединѣ, 14 дм., если 1 кб. футъ букацѣнится въ 72 коп.? ($\pi = 3^1/_7$).

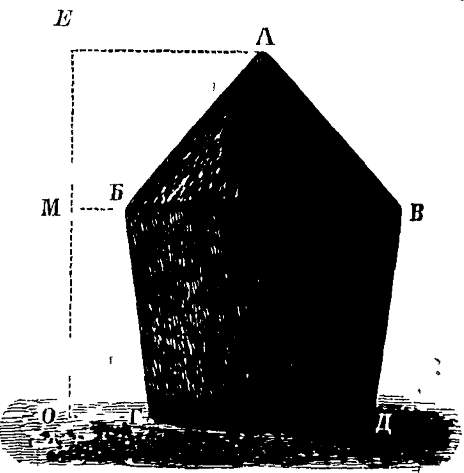


Рис. 111.

27. Стогъ сѣна имѣетъ видъ усѣченнаго конуса, на верху котораго находится цѣлый конусъ (рис. 111). Нижній діаметръ стога $ГД = 1$ сж. 3 фт., верхній діаметръ $БВ = 2$ сж., высота усѣченнаго конуса $ОМ = 1$ сж. 2 фт., высота верхушки

МЕ = 6 фт. Сколько пудовъ въ этомъ стогу, если пудъ сѣна занимаетъ $7^{13}/_{28}$ кб. фт.? ($\pi = 3^1/_7$).

28. Чердакъ подъ четырехскатной крышей имѣетъ видъ треугольной призмы, срѣзанной съ двухъ сторонъ (рис. 112).

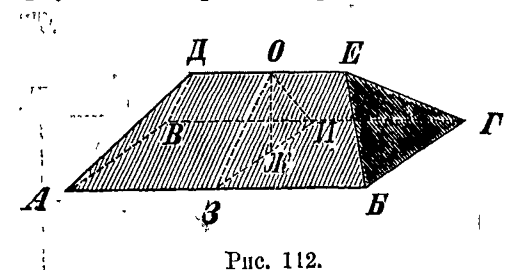


Рис. 112.

Два боковыхъ ребра *АБ* и *ВГ* равны между собою, а третье *ДЕ* (гребень крыши) меньше ихъ. Чтобы вычислить объемъ такой призмы, надо мысленно разсѣчь ее плоскостью, перпендикулярною къ боковымъ ребрамъ, опредѣлить площадь треугольника *ЗОИ*, полученнаго въ сѣченіи, и умножить эту площадь на среднюю величину бокового ребра; средняя величина бокового ребра находится такъ: надо всѣ три ребра сложить и сумму ихъ раздѣлить на 3. — Какъ велика вмѣстимость чердака, если длина крыши *АБ* = 20 арш., ширина *БГ* = 12 ар., гребень *ДЕ* = 11 ар., высота *ОЖ* = 5 арш.?

29. Чтобы вычислить (приблизительно) вмѣстимость бочки, принимаютъ ея объемъ равнымъ объему цилиндра, высота котораго равна длинѣ бочки *АБ* (рис. 113), а діаметръ основанія равенъ третьей части суммы, составленной изъ діаметра дна *ДЕ* и удвоеннаго діаметра *ВГ* средняго сѣченія (глубина бочки у втулки). — Сколько ведеръ вмѣщаетъ бочка, длина которой 5 фт., діаметръ дна 19 дм., глубина у втулки 22 дм.? (Ведро = 750 кб. дм.; $\pi = 3^1/_7$).

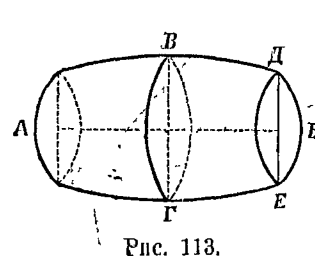


Рис. 113.

30. Сколько литровъ вмѣщаетъ боченокъ, длина котораго 70 см., діаметръ дна 36 см., глубина у втулки 42 см.? ($\pi = 3,14$).

Таблицы формулъ.

I. Площади фигуръ.

Обозначенія:

s — площадь.	a — апоѳема.
b — основаніе.	r — радіусъ.
h — высота.	c — длина окружности.
d — діагональ.	$\pi = 3^1/_7$; $\pi = 3,14$;
p — периметръ.	$\pi = 3,1416$.

Квадратъ	$s = b^2$
Прямоугольникъ	$s = b . h$
Параллелограммъ	$s = b . h$
Ромбъ	$s = b . h$; $s = \frac{d_1 . d_2}{2}$
Треугольникъ	$s = \frac{b . h}{2}$
Трапеція	$s = \frac{(b_1 + b_2) . h}{2}$
Прав. многоугольникъ	$s = \frac{p . a}{2}$
Кругъ	$c = 2 . \pi . r$; $s = \pi . r^2$

II. Поверхности и объемы тѣлъ.

Обозначенія:

S — бок. поверхность.	H — высота.
S — полн. поверхность.	R и r — радіусы.
V — объемъ.	L — боков. линія.
P — перим. основанія.	a — ребро куба.
B — площадь основанія.	

Кубъ		$\bar{S} = 6.a^2$	$V = a^3$
Призма	$S = P.H$	$\bar{S} = P.H + 2.B$	$V = B.H$
Цилиндръ	$S = 2.\pi.R.H$	$\bar{S} = 2.\pi.R.H + 2.\pi.R^2$	$V = \pi.R^2.H$
Пирамида			$V = \frac{B.H}{3}$
Конусъ	$S = \pi.R.L$	$\bar{S} = \pi.R.L + \pi.R^2$	$V = \frac{\pi.R^2.H}{3}$
Усѣч. конусъ	$S=\pi.(R+r).L$	$\bar{S} = \pi.(R+r).L + \pi.R^2 + \pi.r^2$	
Шаръ		$\bar{S} = 4\pi.R^2$	$V = \frac{4}{3}\pi.R^3$

Таблица удѣльныхъ вѣсовъ

(по алфавиту).

Аллюминій	2,67	Мраморъ	2,72
Алмазъ	3,52	Мѣдь	8,80
Вино	1,03	Никкель	8,90
Водородъ	0,000089	Олово	7,29
(1 кб. метръ вѣситъ 89 грам.).		Песокъ	1,64
Воздухъ	0,0013	Платина	21,46
(1 кб. метръ вѣситъ 1300 грам.).		Ртуть	13,60
		Сахаръ	1,61
Гранитъ	2,80	Свинецъ	11,35
Желѣзо	7,80	Свѣтильн. газъ	0,00082
Золото	19,05	(1 кб. метръ вѣситъ 820 грам.).	
Известнякъ	2,72		
Каменный уголь	1,50	Серебро	10,50
Кирпичъ	2,00	Соль	2,12
Латунь	8,40	Спиртъ	0,79
Ледъ	0,92	Стекло	2,50
Масло	0,95	Цементъ	2,66
Молоко	1,03	Цинкъ	6,90
Морская вода	1,018	Чугунъ	7,30

Породы деревьевъ.

	Свѣжее.	*Сухое.*		*Свѣжее.*	*Сухое.*
Букъ	0,95	0,75	Липа	0,74	0,46
Вишня	1,12	0,80	Орѣхъ	0,92	0,71
Груша	1,02	0,67	Пробка	—	0,24
Дубъ	1,10	0,86	Сосна	0,68	0,48
Ель	0,90	0,48	Тополь	0,90	0,46
Кленъ	0,89	0,70	Яблоня	1,10	0,75

Сельскохозяйственные продукты.

Картофель	1,10	Рожь	0,73
Мука	1,55	Солома	0,10
Овесъ	0,48	Сѣно	0,074
Пшеница	0,76		

Метрическія мѣры.

Мѣры длины.

1 м. = 10 дцм. = 100 см. = 1000 мм.
1 дцм. = 10 см. = 100 мм.
1 см. = 10 мм.
1 км. = 10 гм. = 100 дкм. = 1000 м.

Приблизительно.	
1 м. = 1,4061 арш.	1 арш. = 0,7112 м.

Мѣры поверхностей.

1 кв. м. = 100 кв. дцм.
1 кв. дцм. = 100 кв. см.
1 кв. см. = 100 кв. мм.
1 а. = 100 кв. м.; 1 га. = 100 а.

Приблизительно.	
1 га. = 0,9153 десятины.	1 десятина = 1,0925 га.

Мѣры объемовъ.

1 кб. м. = 1000 кб. дцм.
1 кб. дцм. = 1000 кб. см.
1 кб. см. = 1000 кб. мм.
1 стеръ = 1 кб. м.
1 л. = 1 кб. дцм.; 1 гл. = 100 л.

Приблизительно.	
1 литръ = 0,3049 гарнца.	1 чк. = 26,24 литра.
1 литръ = 0,0813 ведра.	1 ведро = 12,30 литра

Мѣры вѣса.

1 кг. = 1000 г.; 1 квинталь = 100 кг.; 1 тонна = 1000 кг.
1 кб. см. воды вѣситъ 1 г.
1 кб. дцм. (1 л.) воды вѣситъ 1 кг.

Приблизительно.	
1 г. = 0,2344 зол.	1 фунтъ = 0,4095 кг.
1 кг. = 2,4419 фунт.	1 золотн. = 4,2657 г.
1 тонна = 61,05 пуд.	

ОТВѢТЫ.

§ 1.

17. $1\frac{1}{2}$ кв. арш.
18. а) 9 кв. фт.; 5 кв. фт. 9 кв. дм.; б) 14 м.; 12 кв. м. 25 кв. см.; в) 9 ар. 8 вр.; 5 кв. ар. 164 кв. вр.; г) 23 см. 2 мм.; 33 кв. см. 64 кв. мм.
19. 44 кв. саж. 4 кв. ар.; 100 кв. саж.
20. 240 р.
21. 64 а.
22. 4 га.; 3 дес. 1440 кв. саж.

§ 2.

6. 1 кв. саж.
8. $1\frac{1}{8}$ кв. ар.; $4\frac{1}{2}$ ар
9. 3 фт. 6 дм.
10. 4 десят.
11. 60 саж. и 40 саж., 80 саж. и 30 саж., 100 саж. и 24 саж. и т. д.
12. 8 м.
13. 500 р.
14. 1440 пд.
15. 27000 пд.
16. 40 чел.; 36 чел.
17. На 4 кв. ар.
18. 15 саж.

§ 3.

10. а) 96 кв. вр.; б) 12 кв. м.; в) 2 кв. фт. 132 кв. дм.; г) 13 кв. м.
11. Второе—на 125 р.
12. На 374 р. 50 к.
13. 425 мѣръ.
14. 75 саж.
15. 64 м.

§ 4.

6. а) 2 дес.; б) 1 кв. саж. в) 5 га.; г) 9 кв. м.
7. 306 р.
8. 80 кв. дм.
9. 80 саж.; 160 саж.
10. 3 саж. 5 фт.
11. 100 м.
12. 60 саж.
13. 4 кв. саж. 4 кв. ар.
14. 14 кв. м. 45 кв. дцм.
15. 6 кв. фт. 108 кв. дм.
16. 9 кв. м.
18. 1 дес. 240 кв. саж.; 2200 кв. саж.; 4 дес. 960 кв. саж.; 3 дес. 1600 кв. саж.; $27\frac{1}{2}$ дес.; 22 дес. 2200 кв. саж.; 165 кв. саж.; $137\frac{1}{2}$ кв. саж.

§ 5.

6. 177 кв. саж. 7 кв. ар.
7. 50 а.
8. 6 р. 75 к.
9. 660 р.
10. 784 шт.
11. 217 дес.; 62 дес.
12. 1 дес. 350 кв. саж. а) 990 кв. саж.; б) 2 дес. 2240 кв. саж.
13. 60 саж.
15. 1 ар. 11 вр.
16. 200 кв. саж.
18. 12 саж.
19. *БК* = 100 саж.; *КЗ* = = 160 саж.

§ 6.

2. 360 пуд.
3. 90 пуд.; 270 пуд.
4. 611 кв. м.

§ 7.

2. 17 кв. см. 78 кв. мм.
4. 10 дес.; 12 чт. 4 чк.
5. 12%.
6. 20 саж.
7. *ВО* = 8 дкм.; *ВЕ* = 28 дкм.

§ 8.

6. 172 кв. дцм. 50 кв. см.
8. 41 кв. м. 52 кв. дцм.
9. 26 кв. м. 69 кв. дцм. 60 кв. см.

§ 9.

2. а) 7 фт. 4 дм.; б) 4 м. 40 см.
3. а) 62 вс. 416 саж., б) 125 км. 664 м.
4. 48 и 28.
8. а) 4 кв. фт. 40 кв. дм. б) 24 кв. дцм. 64 кв. см.
9. а) 34 кв. саж. 8 кв. ар. б) $78\frac{1}{2}$ кв. м.
10. 2 фт. 11 дм.; 6 кв. фт. $98\frac{1}{2}$ кв. дм.
14. а) 314 кв. саж.; б) 28 кв. дкм. 26 кв. м.
15. а) 3 кв. вс. 35400 кв. саж.; б) 7 кв. км. 6 кв. гм. 86 кв. дкм.
16. 68 кв. саж. 4 кв. ар.
17. 479 кв. саж. 1 кв. ар.
18. 471 кв. см.
19. 1 кв. ар. 80 кв. вр.

§ 10.

6. 25 кв. дм.; 1 кв. фт. 6 кв. дм.
7. а) 1 кв. саж. 96 кв. вр.; б) 37 кв. м. 50 кв. дцм.
19. 8 кб. дм.
20. а) 27 кб. см.; б) 64 кб. см.
21. 125 кб. фт.
22. а) 216 кб. дцм.; б) 512 кб. дцм.
23. 1331 кб. вр.
24. а) 1728 кб. вр.; б) 15 кб. фт. 1080 кб. дм.

25. а) 216 кб. дцм.; б) 15 кб. м. 625 кб. дцм.
26. 1 пудъ.
28. 7 пд. 14,4 фн.
29. $201\frac{1}{4}$ г.; 50 зл. 30 дл.
30. 350 кг.; 21 пд. 13 фн. 4 лт.
31. 160 г.
32. 8 кг. 250 г.; 7 кг. 850 г.; 109 кг. 50 г.

§ 11.

11. 10 кв. фт.
12. 11 кв. фт. 24 кв. дм.
14. 21 кв. ар. 224 кв. вр.
15. 13 р. 60 к.
16. 16 р. 67 к.
17. 3 р. 75 к.
18. 30 р.
19. $8\frac{1}{4}$ кв. арш.
20. 30 р.
27. $53\frac{19}{25}$ пуд.
28. 219 кг.
29. 2 кб. дцм. 700 кб. см.
30. 7560 р.
31. 480 кб. ар.
32. 48 чел.
34. 390 пуд.
35. 7 дес.
36. 23 кв. м. 22 кв. дцм. 7 кб. м. 830 кб. дцм.

§ 12.

9. 4 листа.
10. а) 33 кв. фт. 129 кв. дм.; б) 37 кв. м. 68 кв. дцм.

14. а) 6 кб. фт. 27 кб. дм.; б) 21 кб. дцм. 560 кб. см.
15. 61 тонна 600 кг.
16. 489,6 г.
17. 292 кг. 334 г.
18. 6 кг. 6 г.
20. 1 гар. = 200 кб. дм. 1 чк. = 1600 кб. дм. (приблизительно).
21. 46,72 фт.; 30,72 фн.
22. 1 ведро = 750 кб. дм. (почти).
23. 30,9 фн.; 23,7 фн.
24. 1232 вд.
25. 1540 вд.
28. 1 кг.; 1 кг. 30 г.; 950 г.
29. 1 гл. 54 л.
30. 226 гл. 8 л.

§ 13.

9. 4 кв. фт.; 12 кв. фт.
10. 108 кв. м.
12. 1 кв. ар. 192 кв. вр.
15. Пол. пов. 3 кв. м. 2 кв. дцм.
18. 1 кб. фт. 1152 кб. дм.
19. 2 кб. м.
20. 25 кг. 404 г.
21. Пол. пов. 24 кв. м.; объемъ 6 кб. м.; вѣсъ 16 тон. 800 кг.

§ 14.

7. Бок. пов. 3 кв. фт. 96 кв. дм.; полн. пов. 4 кв. фт. 106 кв. дм.

8. 15 листовъ.
13. Бок. пов. 43 кв. фт. 88 кв. дм.; полн. пов. 71 кв. фт. 138 кв. дм.
14. 880 г.
18. 54 пд. 38 фн.
19. 15 кг. 166,2 г.
20. $38\frac{1}{2}$ кб. ар.
21. 15 кб. фт. $1389\frac{1}{3}$ кб. дм.
22. 44 кб. фт. 1584 кб. дм.
23. 854 кг. 80 г.

§ 15.

12. а) 17 кв. фт. 16 кв. дм; б) 98 кв. дцм. 56 кв. см.
13. 4 кв. ар. 232 кв. вр.
14. 26 фн. 16 зл.
15. 30 р. 80 к.
19. а) 22 кб. фт. 792 кб. дм.; б) 310 кб. дцм. 464 кб. см.
20. 22 вд.
21. 904,32 кб. см.; а) 7 кг. 54 г.; б) 2 кг. 261 г.; в) 217 г.
22. $6\frac{1}{2}$ кг.

§ 16.

1. 75 р.
2. 180 р.
3. 372 р. 96 к.
4. 36 чт.
5. 6600 р.; 3300 р.
6. 17 чт. 4 чк.
7. 36 шт.
8. 3 фн. 64 зл.
9. 693 пуд.
10. 10 дес.; 16 дес.; 4 дес.
11. $4\frac{1}{2}$ фунта.
12. 12 р.
13. 40 кв. м.
14. 44 г.
15. 113097600 кв. вс.
16. 30 р.
17. 64 кб. фт.
18. $122\frac{1}{2}$ пуда.
19. 1872 кг.
20. По 1 р.
21. 32 см.
22. 14 фн. 42 зл.
23. 3 см.
24. 385 г.
25. На 206 кг. 298 г.
26. 13 р. 86 к.
27. 176 пуд.
28. 18 кб. саж. 24 кб. ар.
29. 27,72 вд.
30. 87,92 литра

СОДЕРЖАНІЕ.

ГЛАВА I. ПЛОЩАДИ ФИГУРЪ.

Стран.

ГЛАВА II. ПОВЕРХНОСТИ и ОБЪЕМЫ ТѢЛЪ.

ГЛАВА III.